ВИСОКА ТЕХНИЧКА ШКОЛА
СТРУКОВНИХ СТУДИЈА
НОВИ САД

Бранислав Сантрач
Саша Скоко

ЕЛЕКТРОТЕХНИКА
1

Друго издање

Нови Сад
2014

АУТОРИ
Др Бранислав Сантрач, дипл.инж.ел.
Саша М. Скоко, дипл.инж.ел.

НАСЛОВ

ЕЛЕКТРОТЕХНИКА 1

ИЗДАВАЧ

Висока техничка школа струковних студија у Новом Саду
Школска 1, 21000 Нови Сад

РЕЦЕНЗЕНТ

Др Матија Сокола

ЗА ИЗДАВАЧА

Др Бранко Савић

ПРИПРЕМА ЗА ШТАМПУ

Бранислав Сантрач
Саша Скоко

ШТАМПА

Штампарија Високе техничке школе
струковних студија у Новом Саду

ТИРАЖ

200 примерака

Садржај

1.	**Увод**	3
2.	**Електростатика**	8
	2.1 Структура материје	8
	2.2 Електрисање тела и количина електрицитета	11
	2.3 Кулонов закон	14
	2.4 Електрично поље	17
	2.5 Потенцијал електричног поља	23
	2.5.1 Конзервативни карактер електростатичког поља	23
	2.5.2 Електрични потенцијал	25
	2.6 Разлика потенцијала, електрични напон	27
	2.7 Флукс вектора електричног поља	30
	2.7.1 Гаусов закон	31
	2.8 Проводници у електростатичком пољу	31
	2.9 Диелектрици у електростатичком пољу, уопштени Гауосв закон	32
	2.9.1 Гранични услови	34
	2.10 Кондензатори	35
	2.11 Електростатичка енергија кондензатора	37
	2.11 Везивање кондензатора	38
	1) Паралелна веза кондензатора	38
	2) Редна веза кондензатора	39
	3) Мешовита веза кондензатора	40
	2.14 Капацитет сферног кондензатора	42
	2.15 Капацитет цилиндричног кондензатора	43
	2.16 Двожилни вод	44
	2.17 Задаци за вежбање	45
3.	**Електрокинетика – једносмерне струје**	56
	3.1 Како настаје електрична струја у проводницима	56
	3.2 Проводници и изолатори	56
	3.3 Електрична струја и ефекти протицања електричне струје	58
	3.4 Појам и елементи електричног кола	60
	3.5 Густина и интезитет електричне струје	62
	3.6 Интегрални облик израза за јачину електричне струје	65
	3.7 Први Кирхофов закон	66

3.8 Интегрални облик првог Кирхофовог закона 68
3.9 Разлика потенцијала, напон у електричном колу 69
3.10 Специфична проводност и отпорност материјала 70
3.11 Специфична отпорност металних проводника 71
3.12 Отпорници 72
3.13 Омов закон 75
3.14 Извођење израза за отпорност проводника R 80
3.15 Везивање отпорника, одређивање еквивалентне отпорности 81
1) Редна веза отпорника 82
2) Паралелна веза отпорника 83
3) Мешовита веза отпорника 85
3.16 Џулов закон 86
3.17 Електрични генератори 87
3.18 Одређивање карактеристичних величина генератора 89
3.19 Режими рада електричних генератора 92
3.20 Услов прилагођења по снази ектричног генератора 93
3.21 Просто електрично коло са више извора и потрошача 96
3.22 Елементи сложених електричних кола, други Кирхофов закон 97
3.23 Методе решавања сложених електричних кола 100
3.23.1 Метода Кирхофових закона 100
3.23.2 Метода контурних струја 103
3.23.3 Метода суперпозиције 106
3.23.4 Метода потенцијала чворова 110
3.24 Трансформација звезда троугао 113
3.25 Тевененова теорема 114
3.26 Задаци за вежбање 117

4. Дејства електричне струје 141
4.1 Топлотно дејство електричне струје 141
4.1.1 Загревање проводника електричном струјом 141
4.2 Примена топлотног дејства електричне струје 142
1) Електрични бојлер 143
2) Топљиви осигурач 143
3) Електрични лук 144
4) Термоелектрицитет 146
5) Биметални реле 147
4.3 Проблем преноса електричне енергије на даљину 147
4.4 Хемијско дејство електричне струје 150
4.5 Фарадејеви закони електролизе 151
4.6 Електролиза 152
4.7 Галванизација 152
4.8 Галванопластика 153
4.9 галвански елементи 153
4.9.1 Лекланшеов елемент 154
4.9.2 Акумулатори 155
1) Оловни акумулатори 156
2) Челични акумулатори 158
4.10 Везивање извора електричне струје 159
1) Редна веза извора 160
2) Паралелна веза извора 160
3) Мешовита веза 161
4.11 Задаци за вежбање 162

5. Електромагнетизам 165
5.1 Магнетно поље сталног магнета 165
5.2 Магнетно поље електричне струје 167
5.3 Проводник са струјом у магнетном пољу 170
5.4 Узајамнио дејство праволинијских проводника кроз које протиче електрична струја 172
5.5 Магнећење материјала 173
5.6 Магнетни хистереза 176
5.7 Магнетни материјали 178
5.8 Магнетно коло 180
5.9 Електромагнетни релеји 182
5.10 Електромагнетна индукција 183
5.11 Индикована електромоторна сила у правом проводнику 184
5.12 Индукована електромоторна сила у навојку 186
5.13 Самоиндукција 188
5.14 Међусобна индукција 190
5.15 Вртложне струје 192

6. Наизменичне струје 194
6.1 Добијање наизменичног напона и струје 194
6.2 Представљање наизменичног напона и струје 197
6.3 Фазни односи наизменичних величина 199
6.4 Представљање наизменичних величина комплексним бројем 200

6.5 Отпори у колу наизменичне струје 204
1) Термогени (активни) отпор, R 204
Задаци за вежбање 208
2) Индуктивни отпор X_L 208
Задаци за вежбање 211
3) Капацитивни отпор X_C 212
Задаци за вежбање 215
6.6 Импеданса, редна веза RLC елемената 216
6.7 Напони редне везе RLC елемената 218
Задаци за вежбање 219
6.8 Снага наизменичне струје 220
6.9 Фактор снаге 223
Задаци за вежбање 226
6.10 Трофазне наизменичне струје 227
6.11 Снага трофазног система 232
6.12 Задаци за вежбање 234
7. Увод у електрична мерења 236
7.1 Уопштено о мерењима 236
7.2 Тачност мерења 238
7.3 Мерни инструменти 239
7.4 Амперметар 245
7.4.1 Проширивање мерног опсега амперметра 246
7.5 Волтметар 248
7.5.1 Проширивање мерног опсега волтметра 248
7.6 Омметар 253
7.7 Универзални електрични мерни инструменти 255
7.8 Очитавање мерене величина на аналогном инструменту 256
7.9 Скале и ознаке на инструментима 258
7.10 Основе дигиталних мерних инструмената 260
8. Заштита од високог напона додира 263
8.1 Заштита од случајног додира делова под напоном 263
8.2 Заштита од превисоког напона додира 263
8.3 Заштита заштитним изоловањем 266
1) Заштитно изоловање електричних уређаја 266
2) Заштитно изоловање стајалишта 267
3) Заштита малим напоном 270
8.4 Заштита нуловањем 271
8.5 Заштита заштитним уземљењем 272
1) Уземљење помоћу појединачних уземљивача 272
2) Уземљење преко заједничког уземљивача 273
8.6 Систем заштитног вода 275
8.7 Заштитне напонске склопке 276
8.8 Заштитне струјне склопке 277
9. Механичка заштита и заштита од воде електричних уређаја и опреме 281
Литература 285

ПРЕДГОВОР

Ова књига првенствено је намењена студентима Високе техничке школе струковних студија у Новом Саду на смеру електротехника. Сматрамо такође да може корисно послужити и студентима осталих високих школа који материју електротехнике изучавају на сличном нивоу као и свим осталим које ова проблематика интересује и који изучавају основне принципе електротехнике.

Материја обухваћена овом књигом у потпуности је обухваћена наставним планом и програмом предмета Електротехника у првом семестру основних струковних студија на Високој техничкој школи у Новом Саду.

Основни задатак уџбеника је да студентима електротехнике као и студентима других сродних техничких усмерења пружи неопходна знања у циљу стицања потребних вештина за савладавање низа стручних предмета чија се теорија базира на познавању основних принципа електротехнике.

Имајући у виду разноврсност програмских садржаја као и ограничење у фонду за излагање овога предмета уџбеник је писан тако да студенту пружи могућност самосталног рада у циљу савладавања предвиђене материје и успешног полагања испита. Уважавајући такав концепт аутори су се трудили да на садржајан и јасан начин приближе теорију уз одговарајуће примере остављајући могућности за ширење знања и вештина из ове области кроз допунске садржаје. Допунски садржаји нису предвиђени основним курсом и обично су у тексту посебно назначени, звездицом*.

Обрађена материја подељена је у седам поглавља и то:

- Електростатика
- Електрокинетика-једносмерне струје
- Електромагнетизам
- Наизменичне струје и трофазни системи
- Основе електричних мерења и мерне технике
- Заштита од високог напона додира
- Механичка заштита од продирања страних тела и воде

У склопу сваког поглавља приложен је одговарајући број примера и кратких задатака које је неопходно савладати у циљу потпуног савладавања предвиђене материје.

Аутори се нарочито захваљују рецензенту овога рукописа који су несумњиво допринео, кроз корисне сугестије и савете, бољем квалитету изложене материје. Надамо се да ће књига наћи добар одзив код студената и желимо им успешан рад и полагање испита.

У Новом Саду
Октобар 2012.

Аутори

ПРЕДГОВОР ДРУГОМ ИЗДАЊУ

Друго издање књиге "Електротехника 1" не разликује се пуно од првог издања. Извршена је додатна коректура текста књиге и исправљене су неке штампарске грешке. Читаоци су указали на потребу већег броја методичких задатака за постепено савладавање материје предмета. Аутори за сада нису били у могућности да тим захтевима изађу у сусрет, због кратких рокова припреме за штампу. У наредном периоду је планирано да се сви задаци из књиге изместе у посебну методичку збирку задатака и допуне решеним задацима са испита и колоквијума.

У Новом Саду, октобра 2014. год. *Аутори*

1. УВОД

Никола Тесла, предавање из 1915. године: *" Ко год жели да добије праву слику величине нашег доба мора проучити историју развоја електрике. Ту ће он наћи причу далеко чудеснију од било које из 1001 ноћи"*

Прва сазнања о електрицитету потичу још из старе Грчке где су уочене одређене појаве везане за електрицитет. Грчки филозоф Талес је, 600 год. пре нове ере, извео једноставан оглед чији се ефекти могу убројати у прва човекова искуства са електрицитетом. Наиме, ако се комад ћилибара протрља вуненом тканином оба материјала стичу особине да привлаче ситне предмете као што су ситни комадићи хартије, праменове вуне, косе и сл. Међутим, са научне стране гледишта уочена појава није изазвала значајно интересовање филозофа и умних људи тога времена, тако да је наведена појава практично остала апсолутно неиспитана. Ова и сличне појаве ће тек око 1600. год. постати предмет значајнијег истраживања. Као пионир у овој области издваја се енглески научник Џилберт (William Gilbert, 1544-1603) који је ову појаву детаљно испитивао. Као резултат истраживачког рада на поменутим појавама Џилберт је дошао до закључка да и други материјали у природи имају сличне особине као што су: стакло, ебонит, разне смоле ... Ови материјали трењем стичу својство привлачења лаких предмета. Џилберт је ова тела која имају особину привлачења других тела назвао наелектрисана тела. Даља истраживања у овој области показала су да се материја састоји од веилког броја ситних честица – атома. Атоми су електрично неутралне честице и дуго времена се сматрало да представљају најситније недељиве елементе у природи. Тек значајним развојем атомске физике показано је да се атоми такође састоје од још ситнијих честица које нису електрично неутралне. Атом се састоји од електрона - негативно наелектрисане честице, протона - позитивно наелектрисане честице и неутрона - честице које су електрично неутралне. И поред великих настојања да се проникне у структуру атома ова област и данас представља недовољно испитану материју која изнова отвара нова питања и представља велико интересовање научне и стручне јавности.

Након сазнања о структури атома развој науке о електрицитету се развијао узлазном путањом. Крајем 13. века француски физичар Кулон долази до епохалног открића. Наиме, први дефинише аналитички израз за силу која делује између малих наелектрисаних тела, што експериментално потврђује огледом са торзионом вагом. Кулонов закон представља темељ савремене електростатике. Почетком 19. века и други физичари долазе до значајних открића из области електрицитета и нових сазнања о електричним појавама како код статичких наелектрисаних честица тако и у домену наелектрисања која се крећу.

Међутим, дубље разумевање појава на атомском нивоу омогућено је открићем структуре материје и истраживачким радовима Радерфорда 1911. и Бора 1913. године. Темеље електротехнике као науке поставља Џон Кларк

1865.), истовремено и независно установили релацију која повезује струју, отпор и количину топлоте која се при томе развија - Џулов закон.

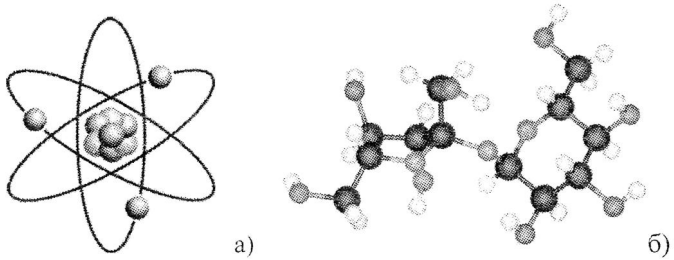
21. Године 1843. немачки физичар Густав Роберт Кирхоф (Gustav Robert Kirchhoff), установио је закон о континуитету струја у чворовима сложених електричних кола, "Први Кирхофов закон" и генерализовао Омов закон за сложена кола " Други Кирхофов закон".
22. Године 1856. Вебер и Корлауш су потврдили Фарадејава наслућивања везе између електромагнетизма и светлости. Из везе електрицитета (струје) и магнетизма (магнетно поље) извукли су константу за брзину светлости с остављајући коначно Максвелу да дефинитивно затвори проблем.
23. Године 1856. Сименс (Siemens) је конструисао машину наизменичне струје код које је ротор био у облику дуплог слова Т.
24. Године 1859. Планте (Plante) је конструисао оловни акумулатор.
25. Године 1866. Сименс је конструисао генератор једносмерне пулсирајуће струје.
26. Године 1869. Грам (Gramm) белгијски електротехничар, усавршио је колектор машине-Грамов колектор који је служио за "пеглање" пулсирајуће струје Сименсове машине из 1866.
27. Године 1873. Хефнер и Алтенек уставршили су колектор и тиме омогућили производњу мотора до снаге 200кW, овај проналазак имао је за последицу два значајна почетка: убрзани развој електричне индустрије, потпуна замена парних машина електромоторима.
28. Године 1876. Енглез Џејмс Кларк Максвел (James Clark Maxwell) највећи физичар и математичар 19. века извршио је синтезу електромагнетизма у виду четири једначине-Максвелове једначине (Максвелова теорија електромагнетизма). Извео је доказ о електромагнетној природи светлости, по којој су светлосни таласи електромагнетни таласи. Тиме је електрика (електротехника) заснована као наука и постепено се издваја из физике којој је до тада припадала.
29. Немачки физичар Хајнрих Рудолф Херц (Heinrich Rudolph Hertz 1857.-1894.), године 1888. је експериментално потврдио Максвелову теорију електромагнетизма, опажајући простирање електромагнетних таласа у простору.
30. Године 1879. Едисон конструисао електричну сијалицу са угљеним влакном у вакууму коју је касније заменио волфрамовом нити. И данас се користе исте светиљке за осветљавање домаћинства.
31. Године 1882. у Лондону и Београду реализоване прве мреже за јавно осветљење коришћењем једносмерне електричне енергије.
32. Године 1883. Гаулард и Гибс конструисали први енергетски трансформатор.
33. Године 1883. Тесла патентирао систем полифазних струја.
34. Године 1884. пуштени у погон први водови монофазне наизменичне електричне енергије у Торуну: 40km, 200кW, 2000V.
35. Године 1886. Вилијам Стенли (William Stanly)је реализовао први монофазни електроенергетски систем у Масачусецу са Сименсовим генераторима 500V и 12A
36. Године 1887. у Луцерну (Швајцарска) реализован први пренос и дистрибуција наизменичне електричне енергије.
37. Године 1887. наизменичном електричном енергијом осветљен Париз.
38. Године 1887. Тесла патентирао: пренос трофазним системом, обртно електромагнетно поље.
39. Године 1888. Феранти (Ferranti) је у Лондону реализовао мрежу за наизменичну електричну енергију.
40. Године 1888. Тесла реализовао трофазну асинхрону машину на принципу обртног електромагнетног поља.
41. Године 1891. Тесла реализовао индустријску производњу на Нијагариним водопадима и пренос наизменичне електричне енергије на релацији Нијагара – Бафало у дужини 43km, напоном 11kV, снагом 7,5MW и фреквенцијом 25Hz. Овим се уједно завршава " рат једносмерних и наизменичних струја" који су до тада грчевито водили Тесла и Едисон.
42. Године 1904. Флеминг патентира електронску цев – диоду.
43. Године 1906. Форест патентира проналазак триоде овај револуционарни проналазак омогућио је брз развој радио-технике, радио-телефоније, радио-телеграфије (1915.-1920.)
44. Године 1948. откривен транзистор.
45. Године 1959. израда првог интегрисаног кола.

Несумљиво је да електротехника поседује брз и динамичан развој што поткрепљују и историјске чињенице. Постоји велики број значајних тренутака у историји који су можда неправедно изостављени али је било немогуће поменути све значајне догађаје. Поштовани студенти да би и Ви сутра били добри стручњаци у домену електротехнике и део неког успешног тима, неопходно је учинити први корак на том чудесном и нимало лаком путу. Тај први корак управо се огледа у савладавању и разумевању основних (базних) теоријских принципа и законитости у електротехници.

2. ЕЛЕКТРОСТАТИКА

2.1. СТРУКТУРА МАТЕРИЈЕ

Имајући у виду да енергија представља опште стање материје, односно да постоји јака спрега између материје и одговарајуће енергије неопходно је прво обратити пажњу на структуру материје. Разумевање електричне енергије и свих појава у електротехници захтева познавање структуре материје. Под појмом материје подразумева се све оно што објективно и независно постоји од посматрача. Па и сам посматрач сачињен је од материје. Посматрач запажа материју превасходно кроз постојање различитих материјала и физичких тела који га окружују. Међутим, материја не мора да има само физички облик и да буде физички и визуелно опипљива. У природи постоје и други облици материје а које посматрач не може просто регистровати. Ту се превасходно мисли на постојање различитих поља, као што је гравитационо, магнетни, електрично, електромагнетно и сл. Поље ма које природе било, не може се осетити (то је специјално стање материје простора) простим чулима али је могуће детектовати њихов утицај на појаве у природи.



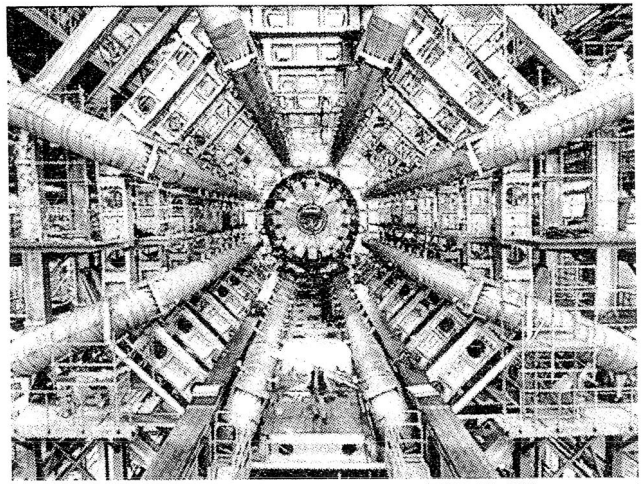
а) б)

Слика 2.1 *Принципијелни изглед а) атома материјала, б) молекула – веза више атома различитих особина*

Са хемијског аспекта познато је да се сва тела састоје из молекула, док молекул представља веза више атома истих или различитих особина. Атом има веома сложену структуру која се и данас анализира и изучава. Сложеност структуре атома и физичке теорије које описују атомску структуру немају коначне границе. Данас се можда више него икад у историји посвећује озбиљна пажња дефинисању коначне структуре атома јер се верује да ће она дати одговоре на многа питања која дефинишу опште постојање материје.

Револуционарна открића у структури атома појавила су се почетком двадесетог века. Као последица тога формирано је више модела атома од којих је најпрепознатљивији Боров модел атома (сл. 2.1 а)). Међутим, убрзо је овај модел нашао на низ недостатака поготову код атома са већом атомском масом.

Савремена истраживања структуре атома, елементарних честица и субатомских честица довела су до градње великих истраживачких центара чији је задатак да се што дубље проникне у тајне атомске структуре. На слици 2.2 приказан је изглед великог хадронског сударача честица (ЦЕРН, Швајцарска)



Слика 2.2 *Хадронски сударач честица (ЦЕРН, Швајцарска)*

Сваки атом састоји се од атомског језгра и електронског омотача. Унутар језгра налазе се протони (+) позитивно наелектрисане честице и неутрони – неутралне честице које немају наелектрисање. Маса протона приближно је једнака маси неутрона. У електронском омотачу налазе се електрони (-) негативно наелектрисане честице. Електрони круже око атомског језгра и у зависности од материјала распоређени су по енергетским нивоима, односно орбиталама. У електричном смислу атом је неутрална честица јер у атому има исти број протона и електрона. Преглед основних величина и вредности на атомском нивоу дат је следећом табелом:

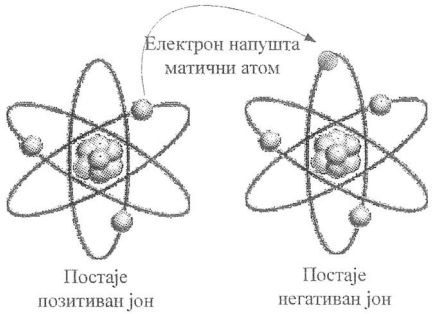
Величина	Вредност
Наелектрисање протона	$e^{+} = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Наелектрисање електрона	$e^{-} = 1.602 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$
Наелектрисање неутрона	Електрично неутралан
Маса електрона	$m_e = 9.11 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
Маса протона	$m_p \approx 1840 \cdot m_e$

Tabela 2.1 *Osnovne vrednosti atomskih čestica*

Електрон је неутрална честица и у сваком атому постоји подједнак број протона и неутрона. Елементи према атомском броју сврставају се у периодни систем елемената. Ако са (**Z**) обележимо редни број елемента а збир протона и неутрона са (**n**) тада атомски број представља збир:

$$A = Z + n \tag{2.1}$$

Већ је раније наглашено да се електрони крећу око атомског језгра по енергетским нивоима, односно орбиталама. Што је електрон ближе језгру тј. на нижој орбитали то је мања могућност да електрон напусти атом јер делују јаче атомске силе. Међутим, то није случај са електронима у последњем енергетском нивоу (орбитали). Под одређеним условима, у неким случајевима, електрони из последњег електронског нивоа могу напустити матични атом и припојити се електронима на последњем електронском нивоу неког другог атома, што је илустровано Сликом 2.3.



Слика 2.3 *Прелаз електрона из једног атома у други и формирање позитивног и негативног јона*

У таквим случајевима када електрон напусти матични атом и пређе у електронски омотач другог атома оба атома губе неутрална електрична својства и постају јони. Онај атом који је електрон напустио сада има више позитивног наелектрисања у језгру у односу на негативно наелектрисање електронског омотача па постаје позитиван јон. Аналогно се дешава код атома који је примио електрон. Код овог атома у електронском омотачу има један електрон више, губи се неутрално својство и атом постаје негативан јон.

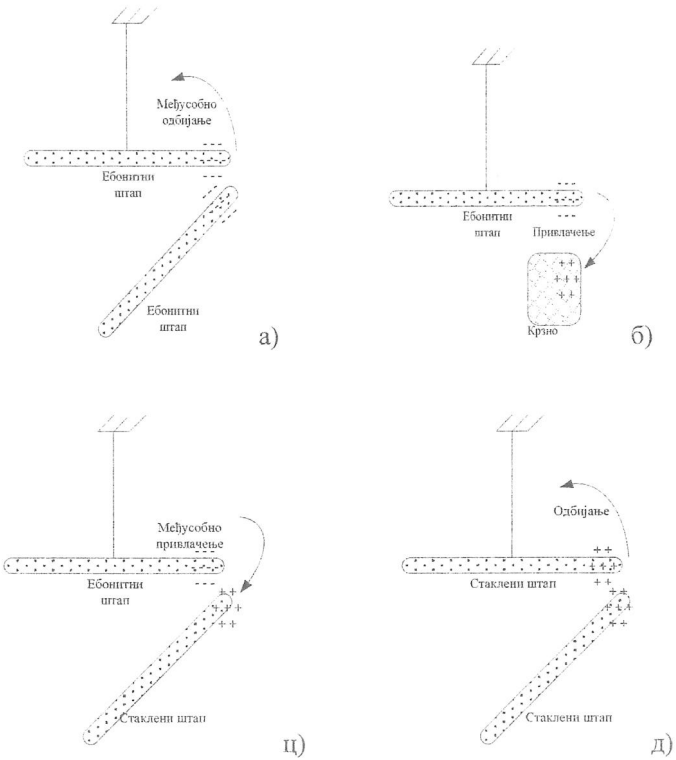
Управо ова појава представља основ за разумевање појма наелектрисаног тела. Ако се под неким спољашњим дејством (утицајем) изазове у неком материјалу вишак електрона у односу на број протона тада се каже да је тело наелектрисано негативно. Ако се под неким спољашњим дејством (утицајем) изазове у неком материјалу мањак електрона односно тада постоји вишак позитивног наелектрисања па кажемо да је тело позитивно наелектрисано.

2.2. ЕЛЕКТРИСАЊЕ ТЕЛА И КОЛИЧИНА ЕЛЕКТРИЦИТЕТА

Да би се неко тело наелектрисало неопходно је остварити на њему вишак позитивног или негативног наелектрисања. Електрисање неког тела могуће је постићи на два карактеристична начина:

1. **додиром**, непосредни додир материјала о материјал (нпр. трење)
2. **инфлуенцом (утицајем)** - електростатичком индукцијом

Први начин представља непосредни додир два материјала у циљу електрисања. Непосредан додир материјала о материјал постиже се трењем. На слици 2.4. а) се види да ако два ебонитна штапа протрљамо комадом крзна, оба ебонитна штапа ће се наелектрисати истом количином наелектрисања. Ако штапове приближимо један другом доћи ће до одбојне силе и ебонитни штап који се налази на нити направиће отклон од штапа који смо принели. Слично томе ако поновимо оглед, али сада ебонитном штапу који виси о нити принесемо парче крзна којим смо вршили наелектрисавање уочићемо да се јавља привлачна сила па се ебонитни штап приближава парчету крзна.



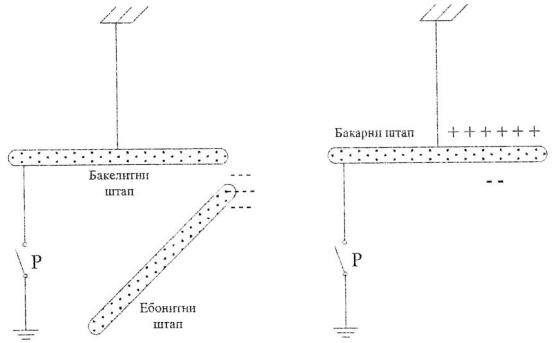
Слика 2.4 *Одбијање и привлачење наелектрисаних тела*

Сличан оглед је могуће извести али са комбинацијом ебонитног и стакленог штапа. Ако се наелектрисани стаклени штап приближи наелектрисаном ебонитном штапу јавиће се привлачна сила па имамо ефекат приближавања штапова један другоме слика 2.4 ц). На крају електрисањем два стаклена штапа и међусобним приближавањем јавиће се одбојна сила и покретни штап окачен о нит почеће да се удаљава.

На основу претходне анализе могу се извући **<u>два важна закључака</u>**:

1. између наелектрисаних тела јавља се <u>електрична сила</u>, која по својој природи може бити <u>привлачна</u> и <u>одбојна</u>,
2. тела наелектрисана <u>истородним</u> наелектрисањем се <u>одбијају</u> (сила је одбојна), тела наелектрисана <u>разнородним</u> наелектрисањем се <u>привлаче</u> (сила је привлачна).

Други начин представља електрисање инфлуенцом (утицајем) - електростатичком индукцијом. Овај принцип електрисања неког тела заснива се на утицају електричног поља под чијим дејством вршимо електрисање неког материјала. Значи, код електрисања електростатичком индукцијом не постоји међусобни додир материјала о материјал.



Слика 2.5 *Електрисање инфлуенцом – електростатичком индукцијом*

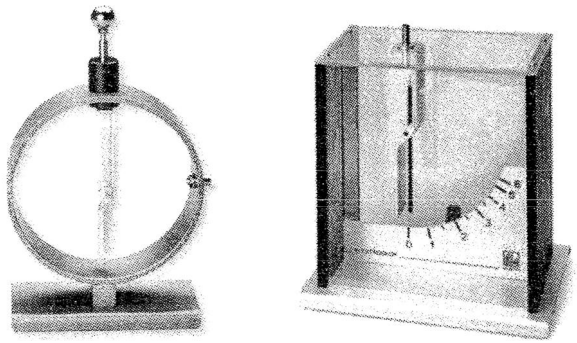
На слици 2.5 приказан је бакарни штап који је електрично неутралан, односно има подједнак број позитивних и негативних наелектрисања. Ако један крај бакарног штапа вежемо преко прекидача P у земљу, а затим приближимо негативно наелектрисан ебонитни штап, негативно наелектрисање ебонитног штапа одбије електроне у бакарном штапу тако де ће један број електрона преко затвореног прекидача отићи у земљу. Затим отворимо прекидач P а потом удаљимо ебонитни штап од бакарног штапа. На бакарном штапу остаће вишак позитивног наелектрисања, па ће након удаљавања бакарни штап остати позитивно наелектрисан.

Овде је важно нагласити различито понашање материјала приликом електрисања. Приликом електрисања различито се понашају проводни материјали (проводници) а другачије се понашају изолациони материјали (изолатори).

Изолациони материјали се електришу само на оном непосредном месту где је електрисање извршено, односно оно место које смо наелектрисали. Вишак наелектрисања остаје на том месту и не распоређује се по укупној површини изолационог материјала.

Код проводних материјала својства су потпуно другачија. Приликом електрисања проводног материјала вишак наелектрисања се распоређује по површини проводног материјала и не остале локално на месту где је вршено електрисање. На основу претходног може се извести важан **<u>закључак</u>**:

1. Код металних проводних структура наелектрисање се распоређује по целокупној површини металног тела,
2. вишак наелектрисања распоређује се само по површини док унутар металних проводних структура нема вишка наелектрисања.



Слика 2.5 *Изглед савременог лабораторијског електроскопа (електрометар)*

За лабораторијска испитивања у домену електростатике, за детектовање и мерење количине електрицитета користе се електроскопи (електрометри). На слици 2.5 приказан је изглед стандардних електроскопа за рад у лабораторији. Значи, количина наелектрисања неког тела може се детектовати електроскопом. Количину наелектрисања неког тела обележавамо са **Q** ако се наелектрисање у времену не мења, или ***q*** ако је током времена наелектрисање променљиво.

Количина наелектрисања неког тела јавља се као целобројни умножак броја вишка протона или електрона. Зато се чини да је логично за јединицу количине наелектрисања узети управо количину наелектрисања једног електрона или протона. Међутим у пракси је то веома непрактично због веома великог броја електрона или протона који се јављају у процесу електрисања тела.

Зато је за међународну јединицу за количину наелектрисања усвојена јединица **<u>Кулон</u>** 1C, у част француском физичару Шарлу Кулону. Према томе, јединица за наелектрисање од једног кулона износи:

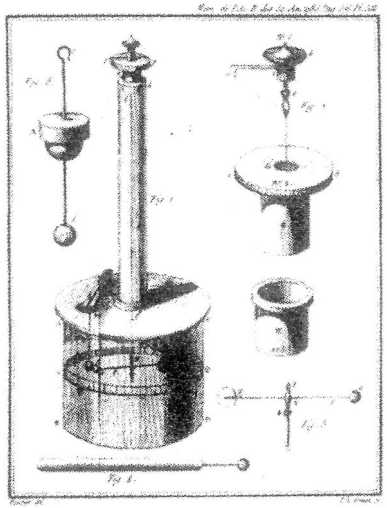
$$1[C] = 0.62418 \cdot 10^{19} \text{(protona ili elektrona)}$$
$$e = \pm\frac{1}{0.62418 \cdot 10^{19}} = \pm 1.602 \cdot 10^{-19} C \qquad (2.2)$$

Пошто количина електрицитета може бити позитивна или негативна каже се да **Q** представља алгебарску вредност количине електрицитета. Количина наелектрисања неког тела може се сада изразити укупним бројем елементарних честица (протона или електрона):

$$Q = \pm N \cdot e \qquad (2.3)$$

2.3. КУЛОНОВ ЗАКОН

У претходном делу уочени су ефекти наелектрисаних тела која се манифестују појавом механичке силе која на њих делује. У зависности од природе наелектрисања та сила може бити привлачна или одбојна. Имајући у виду да су у питању стационарна наелектрисања чијим узајамним дејством долази до ефекта механичке силе ова сила се назива *електрична* или *електростатичка* сила. Француски физичар Чарлс Кулон (Charles Coulomb, 1736-1806) је у временском периоду од 1784 до 1785 извршио низ огледа која су се заснивала на примени прецизне торзионе ваге која је приказана на слици 2.6. Он је проучавао ефекте међусобног деловања наелектрисаних тела у стању мировања чије су димензије биле знатно мање од њиховог међусобног растојања.



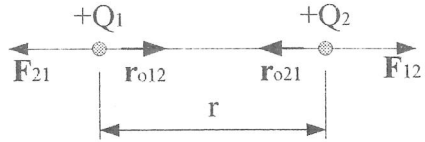
Слика 2.6. *Кулонова торзиона вага*

Врста наелектрисаних тела која имају ту особину да су им димензије веома мале називају се *тачкаста* или *пунктуална* наелектрисања. На основу извршених огледа Кулон је извео следећи закључак:
Сила ($\mathbf{F}_{12}$) којом међусобно делују два пунктуална наелектрисана тела пропорционална је производу количина њихових наелектрисања (Q_1 и Q_2) а обрнуто пропорционална квадрату растојања (r^2). Односно,

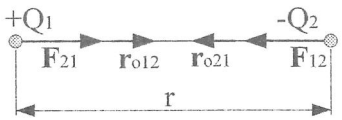
$$\mathbf{F}_{12} \sim \frac{Q_1 Q_2}{r^2}. \qquad (2.4)$$

Међутим, да би ова формулација била употпуњена неопходно је уважити и средину у којој се наелектрисана тела налазе. Зато је неопходно употпунити израз (2.4) уважавањем средине у којој се наелектрисана тела налазе и дати му векторски запис јер је сила векторска величина.

$$\mathbf{F}_{12} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \mathbf{r}_{012}[N],$$
$$\mathbf{F}_{21} = k \cdot \frac{Q_1 \cdot Q_2}{r^2} \cdot \mathbf{r}_{021}[N] \qquad (2.5)$$
$$k = 9 \cdot 10^9 \left[\frac{Nm^2}{C^2}\right], \text{ odnosno}$$
$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$



Слика 2.7. *Графичко представљање електричне силе између два пунктуална истоимена наелектрисања (позитивна)*



Слика 2.8. *Графичко представљање електричне силе између два пунктуална разноимена наелектрисања (позитивног и негативног)*

При чему је: $\mathbf{F}_{12}$ - сила којом прво наелектрисање делује на друго, Q_1 - наелектрисање првог пунктуалног оптерећења, Q_2 - наелектрисање другог пунктуалног оптерећења, r - растојање између пунктуалних оптерећења, k - константа која уважава средину у којој се оптерећења налазе, $\mathbf{r}_{012}$ – јединични вектор (орт) који се усмерава од наелектрисања Q_1 а према наелектрисању Q_2 на чијој позицији одређујемо интензитет силе. Аналогно претходном, сила $\mathbf{F}_{21}$ – представља силу којом друго наелектрисање делује на прво.
Константа ε_0 представља диелектричну константу за ваздух и вакуум која износи:

$$\varepsilon_0 = 8.854 \cdot 10^{-12}\left[\frac{C^2}{Nm^2}\right] = 8.854 \cdot 10^{-12}\left[\frac{F}{m}\right] \qquad (2.6)$$

Ако се пунктуална оптерећења налазе у некој другој средини тада се дефинише апсолутна диелектрична константа (ε) која се добија као производ диелектричне константе за ваздух и вакуум (ε_0) и релативне диелектричне константе (ε_r) средине у којој се пунктуална оптерећења налазе.

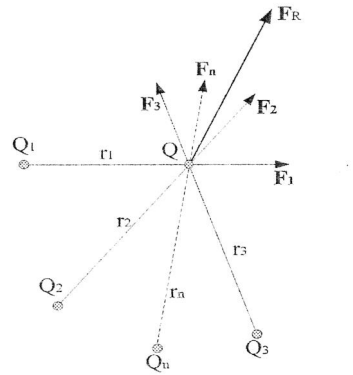
$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r, \text{ odnosno } \varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \tag{2.7}$$

Релативна диелектрична константа показује колико је пута мања електрична сила између пунктуалних наелектрисања када се налазе у некој другој средини у односу на силу која се између наелектрисања јавља у вакууму. Није тешко закључити да ће електрична сила између два пунктуална наелектрисања бити највећа ако се та наелектрисања налазе у вакууму. За сваку другу средину биће ε_r пута мања.

Кулонов закон се може применити за одређивање резултантне електричне силе која делује на пунктуално оптерећење ако постоје два, три па и више наелектрисаних тела у непосредној околини. Резултантна сила се добија као векторски збир појединачних електричних сила.

$$\mathbf{F}_R = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \mathbf{F}_3 + \cdots + \mathbf{F}_n \tag{2.8}$$

Графичка илустрација наведеног принципа приказана је на слици 2.9.



Слика 2.9. *Графичко представљање одређивања резултантне електричне силе када делује више наелектрисаних тела*

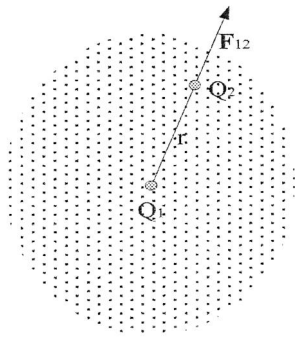
Израз (2.8) говори да до резултантног вектора можемо доћи на основу принципа суперпозиције тако што одредимо силу којом делује прво наелектрисање Q_1 на наелектрисање Q, затим друго наелектрисање Q_2 на наелектрисање Q, затим треће наелектрисања Q_3 на наелектрисање Q..... резултантни вектор сагласно

изразу (2.8) добија се као векторски збир појединачних вектора електричних сила на наелектрисање Q.

2.4. ЕЛЕКТРИЧНО (ЕЛЕКТРОСТАТИЧКО) ПОЉЕ

У претходном делу дефинисана је сила која се јавља између два наелектрисана тела. Међутим, није електростатичка сила једина величина којом се описују особине и појаве у околини наелектрисаних тела. Ако посматрамо наелектрисано тело Q_1 у вакууму у чијој непосредној близини се налази друго наелектрисано тело Q_2, јавиће се дејство силе између наведених наелектрисаних тела. Дефинишући силу у Кулоновом закону није наведено под дејством које физичке појаве или величине или *''нечега другог''* се јавља сила на друго наелектрисано тело. Једноставно не постоји ''видљив'' чинилац који омогућава појаву силе на друго наелектрисано тело у вакууму. Значи, за разлику од електрично неутралних тела, наелектрисана тела стварају *''специјално стање простора''* у својој непосредној близини. То *''специјално стање''* простора омогућава појаву електростатичке силе на друга наелектрисана тела која се налазе у непосредној близини.

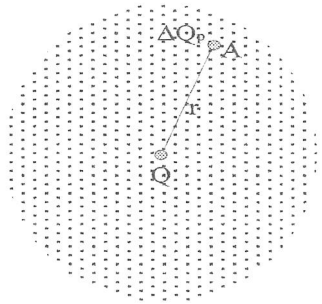
Према томе, свако наелектрисано тело у својој непосредној близини мења особине простора у коме се налази, то измењено стање простора се манифестује појавом електростатичке силе на друга наелектрисана тела која се у њему нађу и назива се *електрично* или *електростатичко поље*. За електрично поље које потиче од непокретних наелектрисања каже се да је *електростатичко* поље.



Слика 2.9. *Простор око наелектрисаног тела Q_1 у коме се осећа дејство силе на друго наелектрисано тело Q_2*

Електрично поље неког наелектрисаног тела може се испитати тако што се у његову непосредну близину доведе пробно наелектрисање ΔQ_p. Пробно

наелектрисање ΔQ_p представља пунктуално наелектрисање чија је количина наелектрисања веома мала, тако да присуство пробног наелектрисања неће утицати на електрично поље које се испитује.



Слика 2.10 *Пробно наелектрисање* ΔQ_p *у електричном пољу наелектрисања Q*

Привлачна или одбојна сила која делује на пробно наелектрисање (уз уважавање услова да је (±Q=const.,k=const. и r=const.), зависи само од величине пробног наелектрисања сагласно Кулоновом закону, односно можемо писати:

$$\mathbf{F}_{p1} = k\frac{Q\cdot\Delta Q_{p1}}{r^2}:\mathbf{F}_{p2} = k\frac{Q\cdot\Delta Q_{p2}}{r^2}:\mathbf{F}_{p3} = k\frac{Q\cdot\Delta Q_{p3}}{r^2}\cdots \tag{2.9}$$

Налажењем односа сила на пробна наелектрисања и количине електрицитета пробних наелектрисања, добијамо:

$$\mathbf{F}_{p1}:\mathbf{F}_{p2}:\mathbf{F}_{p3}\cdots = \Delta Q_{p1}:\Delta Q_{p2}:\Delta Q_{p3}\cdots \tag{2.10}$$

Формулација израза (2.10) може се написати и у следећем облику:

$$\frac{\mathbf{F}_{p1}}{\Delta Q_{p1}} = \frac{\mathbf{F}_{p2}}{\Delta Q_{p2}} = \frac{\mathbf{F}_{p3}}{\Delta Q_{p3}} = \cdots = \text{const.} \tag{2.11}$$

Израз (2.11) представља важну формулацију из које се види да однос силе на пробно наелектрисање и саме количине пробног наелектрисања представља константу, ова константа представља једну од основних физичких величина у електростатици и назива се *јачина електричног поља.*

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{\Delta Q_p} \quad \text{вектор јачине електричног поља} \tag{2.12}$$

Имајући у виду да се до јачине електричног поља долази количником вектора (**F**) и скалара (ΔQ_p), јачина електричног поља је такође векторска величина (**E** - вектор јачине електричног поља).
На основу дефиниције јединица за јачину електричног поља је Њутн по Кулону, односно $\left[\frac{N}{C}\right]$ али се у пракси чешће користи друга јединица **волт по метру** $\left[\frac{V}{m}\right]$. Смер и правац вектора јачине електричног поља је исти као и правац и смер силе која делује на пробно наелектрисање. Применом Кулоновог закона можемо одредити и аналитички израз за одређивање интензитета вектора јачине електричног поља у некој тачки A у којој је постављено пробно пунктуално наелектрисање, што је илустровано сликом 2.11.

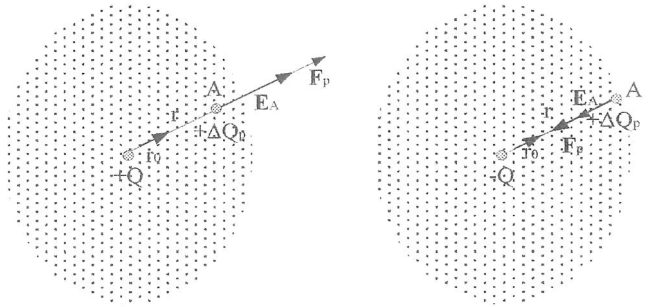
$$|\mathbf{E}| = \frac{|\mathbf{F}_p|}{\Delta Q_p} \Rightarrow E = \frac{F_p}{\Delta Q_p} = \frac{k\cdot\frac{Q\cdot\Delta Q_p}{r^2}}{\Delta Q_p} = k\cdot\frac{Q\cdot\Delta Q_p}{r^2\cdot\Delta Q_p} = k\cdot\frac{Q}{r^2} \tag{2.13}$$

$$E = k\cdot\frac{Q}{r^2}$$

Израз за вектор јачине електричног поља пунктуалног оптерећења у векторском домену може се изразити преко следећег обрасца:

$$\mathbf{E} = E\cdot\mathbf{r}_0 = k\cdot\frac{Q}{r^2}\cdot\mathbf{r}_0 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}\cdot\mathbf{r}_0 \tag{2.13a}$$

При чему је: $\mathbf{r}_0$ – јединични вектор (орт) који се усмерава увек од наелектрисаног тела у поље, према тачки у којој одређујемо интензитет вектора електричног поља.



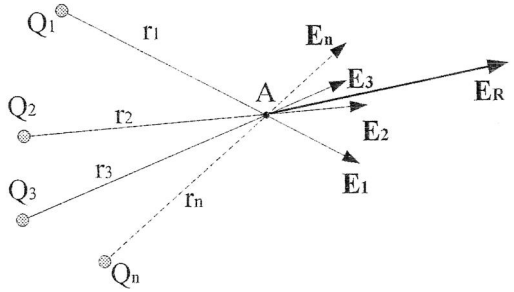
Слика 2.11 *Положај вектора електричне силе на пробно наелектрисање у тачки A и вектора јачине електричног поља*

Ако се у неком делу простора налази више пунктуалних наелектрисања а постоји потреба да се одреди резултантни вектор јачине електричног поља који настаје

под дејством електричних поља појединачних пунктуалних наелектрисања тада се такође може применити принцип суперпозиције. Наиме, одреди се компонента вектора електричног поља сваког пунктуалног наелектрисања посебно, до резултантног вектора јачине електричног поља у тачки А долазимо векторским збиром појединачних компоненти.

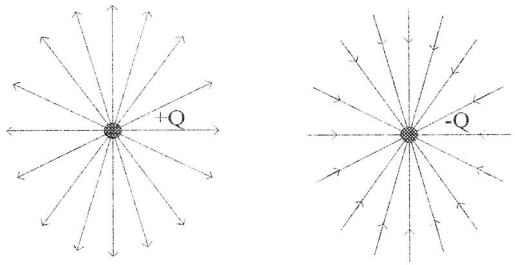
$$\mathbf{E}_R = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \cdots + \mathbf{E}_n \qquad (2.14)$$

Овај принцип је графички илустрован на слици 2.12.



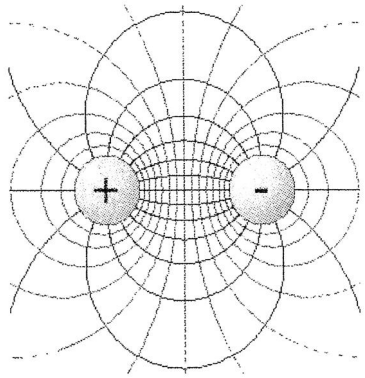
Слика 2.12 *Одређивање резултантног вектора јачине електричног поља у тачки А*

Већ је раније дефинисано да електрично поље представља специјално стање простора око наелектрисаног тела. У пракси постоји потреба да се електрично поље представи сликовито на одређени начин. Међународним договором електрично поље у околини пунктуалних оптерећења представља се линијама вектора електричног поља које се радијално (зракасто) шире око наелектрисаног тела. Имајући у виду да тела могу бити позитивно и негативно наелектрисана, линије вектора електричног поља позитивних оптерећења представљању се зракастим линијама које су усмерене од наелектрисаног тела.



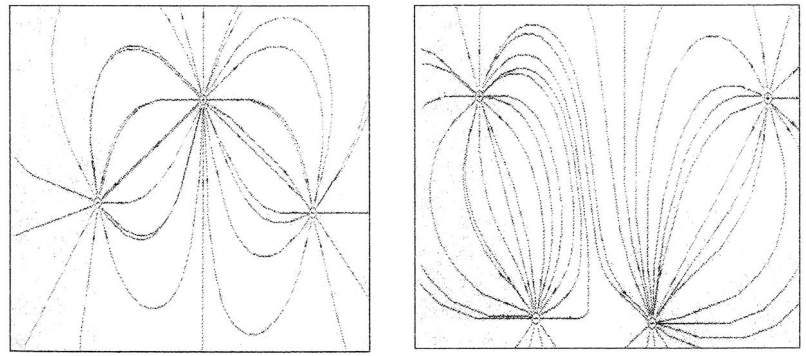
Слика 2.13. *Линије вектора електричног поља*
а)позитивно наелектрисаног пунктуалног оптерећења
б) негативно наелектрисаног пунктуалног оптерећења

Линије вектора електричног поља негативних оптерећења представљају се зракастим линијама које су усмерене према наелектрисаном телу. Графичка интерпретација линија вектора електричног поља позитивног и негативног оптерећења приказане су на слици 2.13.



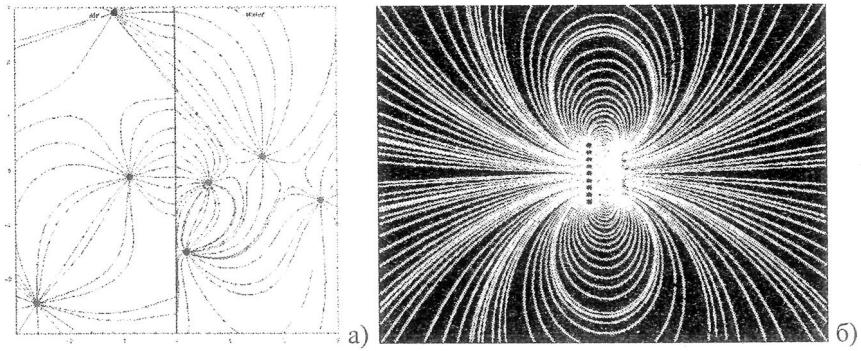
Слика 2.14 *Линије вектора електричног поља два наелектрисана тела на међусобном растојању*

На слици 2.13 приказане су линије вектора електричног поља усамљених пунктуалних оптерећења, и као што је раније наглашено за позитивна оптерећења линије вектора се радијално шире, док се за негативна оптерећења радијално скупљају према површини наелектрисаног тела. Када се два наелектрисана тела нађу на међусобном растојању где електрична поља значајно утичу једна на друго долази до формирања линија електричног поља као што је приказано на слици 2.14.



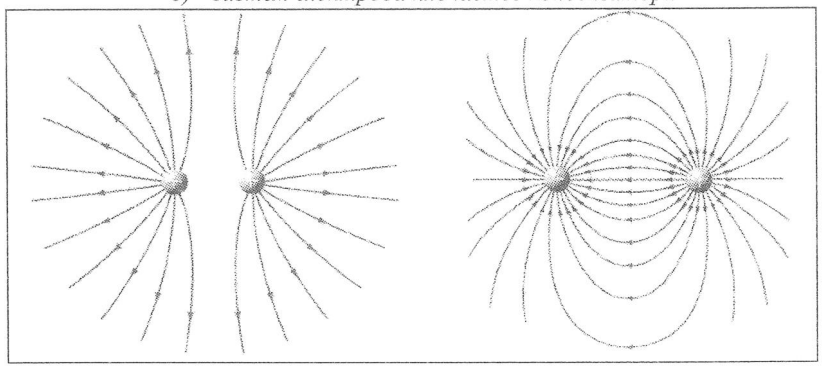
Слика 2.15 *Расподела линија електричног поља у равни, система више пунктуалних оптерећења*

Плавом бојом представљане су линије вектора електричног поља у простору око наелектрисаних тела, док су црвеном бојом представљене *еквипотенцијалне линије* вектора електричног поља.
Еквипотенцијалне линије вектора електричног поља представљају геометријска места у равни (простору) у којима је интезитет електричног поља исти.
На сликама 2.15 и 2.16, приказани су различити случајеви расподеле линија вектора електричног поља.



а) б)

Слика 2.16 *Расподела линија електричног поља*
а) система више пунктуалних оптерећења у средини ваздух (лево) и вода (десно),
b) систем електрода плочастог кондензатора



Слика 2.17 *Расподела линија електричног поља два пунктуална оптерећења наелектрисана истоименим и разноименим врстама наелектрисања*

Електрична поља према расподели интензитета можемо сврстати у два основне категорије: хомогена електрична поља код којих је интензитет исти у било којој тачки поља и не хомогена електрична поља код којих се интензитет поља мења.

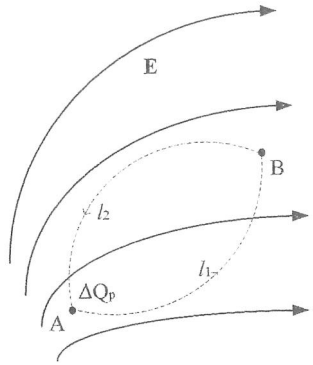
2.5. ПОТЕНЦИЈАЛ ЕЛЕКТРИЧНОГ ПОЉА

Као што смо видели у претходном делу електростатичко поље и његове особине могу се описати преко две физичке величине а то су сила у електростатичком пољу и јачином вектора електростатичког поља. Међутим, у практичној примени векторске величине нису погодне за анализу електростатичких поља, нарочито сложених система, јер је неопходно познавати интензитет, правац и смер појединачних компоненти да би се одредила резултантна вредност у некој тачки простора (види израз 2.14). Због тога је неопходно дефинисати нову скаларну физичку величину која ће бити погодна за практичну примену. Пре него што се дефинише та нова физичка величина неопходно је нагласити једну веома важну особину електростатичког поља, а то је конзервативни карактер електростатичког поља.

2.5.1. КОНЗЕРВАТИВНИ КАРАКТЕР ЕЛЕКТРОСТАТИЧКОГ ПОЉА*

Електростатичко поље као и гравитационо поље припадају класи конзервативних поља. Основна особина свих конзервативних поља јесте да је рад сила поља дуж неке затворене путање у пољу једнак нули. Примењено на електростатичко поље можемо тврдити: *рад сила електростатичког поља (A_e) којим се неко пробно наелектрисање (ΔQ_p) помера дуж затворене путање у пољу једнак је нули.*

Посматрајмо слику 2.18., на којој је приказано позитивно пробно наелектрисање ΔQ_p које се креће по затвореној путањи A-l_1-B-l_2-A у електростатичком пољу **E**. На пробно наелектрисање дуж путање кретања делују силе електростатичког поља. При чему је рад сила електричног поља позитиван на оном делу путање где се тангенцијална компонента електричног поља поклапа са усмерењем путање кретања пробног наелектрисања (путања A-l_1-B). На путањи од тачке B ка тачки A тангенцијална компонента вектора **E** супротног је усмерења од усмерења путање којом се креће пробно наелектрисање па је рад сила електростатичког поља на том делу негативан (путања B-l_2-A). На основу претходног, аналитички запис гласи:



Слика 2.18. *Кретање пробног наелектрисања ΔQ_p у електростатичком пољу*

$$A_e = \oint \mathbf{F}d\mathbf{l} = \oint \Delta Q_p \mathbf{E}d\mathbf{l} = \Delta Q_p \oint \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0 \qquad (2.15)$$

Из израза (2.15) произилази да је циркулација вектора **E** дуж затворене путање једнака нули, односно:

$$\text{Пошто је}: \Delta Q_p \neq 0, \text{за свако } \Delta Q_p \oint \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow \oint \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0 \tag{2.16}$$

Израз (2.16) указује на веома важну особину а то је *безвртложни карактер* електростатичког поља. На основу израза (2.16) можемо писати:

$$\oint \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0 \Rightarrow \int_{A-l_1-B} \mathbf{E}d\mathbf{l} + \int_{B-l_2-A} \mathbf{E}d\mathbf{l} = 0$$

$$\int_{A-l_1-B} \mathbf{E}d\mathbf{l} = -\int_{B-l_2-A} \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_{A-l_2-B} \mathbf{E}d\mathbf{l} \tag{2.17}$$

$$\int_{A-l_1-B} \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_{A-l_2-B} \mathbf{E}d\mathbf{l} / \cdot \Delta Q_p \Rightarrow \int_{A-l_1-B} \mathbf{F}d\mathbf{l} = \int_{A-l_2-B} \mathbf{F}d\mathbf{l} \Rightarrow A_{e1} = A_{e2}$$

У релацијама (2.17) показује се конзервативно својство електростатичког поља које се може исказати и следећом важном особином: *рад које врше силе електростатичког поља при померању пробног оптерећења дуж неке путање не зависи од облика путање већ само од положаја њених крајњих тачака.*

2.5.2. ЕЛЕКТРИЧНИ ПОТЕНЦИЈАЛ

На основу конзервативног карактера електростатичког поља могуће је дефинисати посебну функцију у облику линијског интеграла чија вредност зависи само од положаја крајњих тачака A и B:

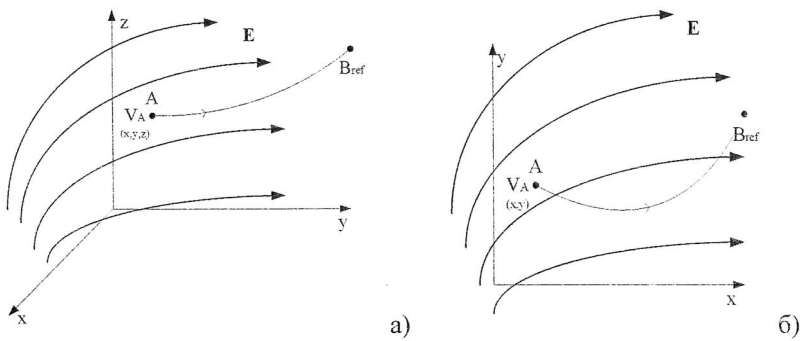
$$\int_A^B \mathbf{E}d\mathbf{l} \quad \text{-и не зависи од облика путање између тачака A и B} \tag{2.18}$$

Ако се у пољу изабере једна тачка (B-реф.) као фиксна референтна тачка онда вредност израза (2.18) зависи само од положаја тачке A у електричном пољу. Имајући у виду да је решење интеграла (2.18) скаларна функција чија вредност зависи само од положаја тачке A, значи да свакој тачки у електростатичком пољу можемо придружити једну скаларну вредност која дефинише особину електростатичког поља у тој тачки.

$$V = \int_A^{B\to ref.} \mathbf{E}d\mathbf{l} \tag{2.19}$$

Скаларна функција V описана изразом (2.19) даје нову карактеристику електростатичког поља у тачки A (у односу на референтну тачку B-реф.) и назива

се *електрични потенцијал* или *електрични скалар потенцијал*. Скаларна функција која описује расподелу потенцијала око наелектрисаног тела дата изразом (2.19) назива се *функција потенцијала.*



Слика 2.19 *Одређивање потенцијала тачке A у електричном пољу а) тродимензиони систем, б) дводимензиони систем*

Електрични потенцијал може се дефинисати и као однос потенцијалне енергије коју има пробно наелектрисање (у тачки у којој се налази у електростатичком пољу према референтној тачки) и количине пробног наелектрисања.

$$V_A = \frac{W_A}{\Delta Q_p} \tag{2.20}$$

Јединица електричног потенцијала је, 1[V]-један **волт**:

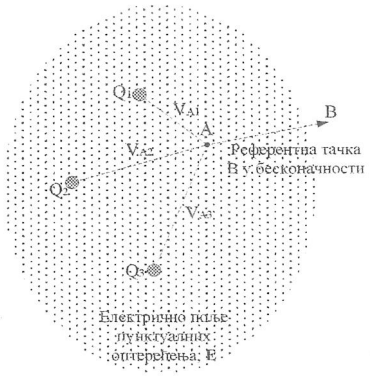
$$V_A = \frac{W_A}{\Delta Q_p} = \frac{1[J]}{1[C]} = \frac{1[V][A][s]}{1[A][s]} = 1[V] \tag{2.21}$$

Ако се одређује потенцијал неке тачке A електростатичког поља у коме постоји више извора поља (n – пунктуалних оптерећења) тада се потенцијал те тачке у пољу одређује као алгебарски збир појединачних потенцијала, односно:

$$V_A = \sum_{i=1}^{n} V_{Ai} \,. \tag{2.22}$$

Сагласно претходном на слици 2.20 приказан је део простора у коме се налазе три извора поља и тачака A чији се потенцијал одређује. У зависности од знака пунктуалних оптерећења укупан потенцијал тачке A према референтној тачки B у бесконачности може се одредити:

$$V_A = \sum_{i=1}^{n} V_{Ai} = \pm V_{A1} \pm V_{A2} \pm V_{A3} \,. \qquad (2.23)$$



Слика 2.20 *Одређивање потенцијала тачке А када делује више пунктуалних оптерећења*

2.6. РАЗЛИКА ПОТЕНЦИЈАЛА – ЕЛЕКТРИЧНИ НАПОН

Посматрајмо електрично поље са слике 2.21 у коме се налазе две тачке А и В. Одредимо потенцијале тачака А и В уважавајући израз за дефиницију потенцијала према референтној тачки у бесконачности.

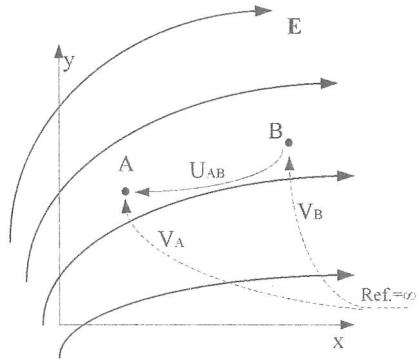
Потенцијале тачка А и В према референтној тачки у бесконачности можемо дефинисати као:

$$V_A = \int_A^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l},\; V_B = \int_B^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} \qquad (2.24)$$

Уважавајући дефиниције потенцијале тачака у (2.24) одредимо њихову разлику:

$$V_A - V_B = \int_A^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} - \int_B^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = \int_A^{\infty} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} + \int_{\infty}^{B} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} \Rightarrow$$

$$V_A - V_B = \int_A^{B} \mathbf{E}\,d\mathbf{l} \qquad (2.25)$$



Слика 2.21. *Разлика потенцијала тачака А и В*

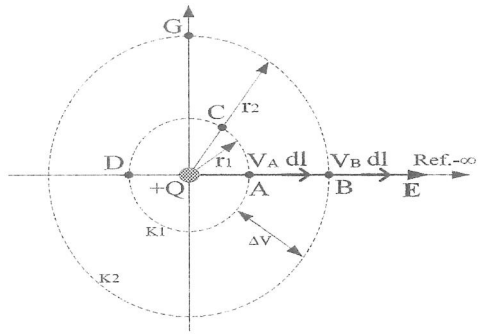
Из израза (2.25) се види да разлика потенцијала између тачака А и В једнака је збиру интеграла вектора **E** од тачке А до референтне у бесконачности и од референтне тачке из бесконачности до тачке В. Применом основних правила интегралног рачуна показује се да је потенцијална разлика између тачака А и В једнака интегралу вектора **E** управо из међу тачака А и В.

За интеграл вектора **E** између тачака А и В кажемо да је једнак *електричном напону* између тих тачака, односно, *потенцијална разлика* између две тачке у електричном пољу представља *електрични напон* , сходно томе важи следећа формулација:

$$V_A - V_B = \int_A^B \mathbf{E}\,d\mathbf{l} = U_{AB} \qquad (2.26)$$

На слици 2.22. приказано је пунктуално оптерећење Q, на замишљеним кружницама полупречника r_1 и r_2 налазе се тачке А, В, С, D, G. Одредити напон између тачака А и В (потенцијалну разлику) и које од тачака са слике имају исти потенцијал? Решење урадити преко разлике потенцијала и проверити директно применом израза за напон између тачака А и В.

Поступак одређивања потенцијала започиње одређивањем путање кретања према референтној тачки у бесконачности. Имајући у виду да се тачке А и В налазе на *x*-оси а да се електрично поље радијално шири у простору око пунктуалног наелектрисања најједноставније је да се према бесконачности крећемо по *x*-оси јер се тада линије вектора електричног поља **E** поклапа са јединичним делом путање по којој вршимо интеграцију dl. Односно угао између ова два вектора је 0.



Слика 2.22. *Разлика потенцијала тачака А и В, одређивање напона U_{AB}*

Имајући у виду да у изразу (2.26) под интегрална функција је векторска величина, неопходно је где год је то могуће ослободити се векторског записа и прећи на скаларни запис. Управо избор путање где се dl поклапа са вектором **E**

омогућава нам ослобађање векторског записа у интегралу за потенцијал електричног поља дат изразом (2.26).

Прво ћемо одредити потенцијале тачака A и B у односу на референтну у бесконачности.

$$V_A = \int_A^\infty \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_A^\infty E dl \cdot \cos\angle(\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \int_A^\infty E dl = \int_A^\infty k\frac{Q}{r^2} dl,\ dl = dr,\ \angle(\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0°$$
$$V_A = \int_B^\infty \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_B^\infty E dl \cdot \cos\angle(\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = \int_B^\infty E dl = \int_B^\infty k\frac{Q}{r^2} dl,\ dl = dr,\ \angle(\mathbf{E}, d\mathbf{l}) = 0° \qquad (2.27)$$

Потенцијална разлика између тачака A и B одређује се као:

$$V_A - V_B = \int_A^\infty \mathbf{E}d\mathbf{l} - \int_B^\infty \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_A^\infty k\cdot\frac{Q}{r^2}dr - \int_B^\infty k\cdot\frac{Q}{r^2}dr \Rightarrow$$
$$V_A - V_B = k\cdot\frac{Q}{r^2}\int_A^\infty \frac{dr}{r^2} - \int_B^\infty \frac{dr}{r^2} = k\cdot Q\left[\left(-\frac{1}{r}\Big|_{r1}^{\infty}\right) - \left(-\frac{1}{r}\Big|_{r2}^{\infty}\right)\right] = \qquad (2.28)$$
$$V_A - V_B = k\cdot Q\left[-\frac{1}{\infty} + \frac{1}{r_1} + \frac{1}{\infty} - \frac{1}{r_2}\right] = k\cdot Q\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$
$$V_A - V_B = U_{AB} = k\cdot Q\left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right]$$

Применом директно израза за напон у електричном пољу између тачака A и B а сагласно изразу (2.26) добијамо:

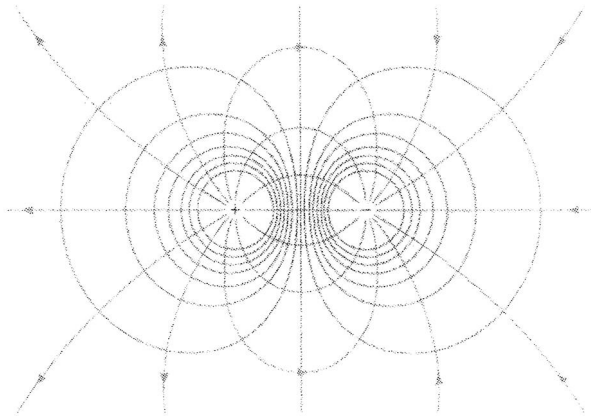
$$U_{AB} = \int_A^B \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_{r_1}^{r_2} E dl = \int_{r_1}^{r_2} k\frac{Q}{r^2} dl = \left|\begin{matrix} dl = dr \\ k, Q = \text{const.}\end{matrix}\right| = kQ\int_{r_1}^{r_2}\frac{dr}{r^2} = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (2.29)$$

На основу анализе у (2.28) и (2.29) види се да су добијени идентични резултати, према томе напон између тачака A и B које се налазе на растојању r_1 и r_2, респективно, може се одредити на основу израза:

$$U_{AB} = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) \qquad (2.30)$$

Аналитички се може показати да су потенцијали тачака које се налазе на истом растојању од наелектрисаног тела једнаки. Тако да важи: $V_A=V_C=V_D$, односно $V_B=V_G$. Имагинарне линије које повезују све тачке које имају исте потенцијале називају се *еквипотенцијалне линије*. Гледано са тродимензионог аспекта све површи које садрже тачке истих потенцијала називају се *еквипотенцијалне површи*. У случају са слике 2.22. управо кружнице са полупречницима r_1 и r_2 представљању еквипотенцијалне линије. Када би систем посматрали тродимензионо, кружнице ће формирати еквипотенцијалне сферне површи.
На основу претходног можемо закључити да су потенцијали било које тачке на кружници K_1 исти, односно потенцијали било које тачке на кружници K_2 су исти. На основу овога можемо тврдити да је потенцијална разлика између еквипотенцијалних кружница K_1 и K_2 према референтној тачки у бесконачности управо једнака:

$$\Delta V = V_A - V_B = kQ\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = U_{AB} \qquad (2.31)$$

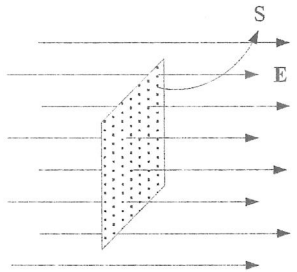


Слика 2.23. *Изглед линија електричног поља два наелектрисана тела на међусобном растојању и еквипотенцијалне линије*

2.7. ФЛУКС ВЕКТОРА ЈАЧИНЕ ЕЛЕКТИРЧНОГ ПОЉА, ГАУСОВ ЗАКОН*

Флукс вектора електричног поља произилази директно из формулације вектора јачине електричног поља **E**. Флукс вектора јачине електричног поља је скаларна величина која се дефинише кроз одговарајућу површину S.

Посматрајмо површ S која се налази у хомогеном електричном пољу **E**. Површ С стоји нормално у односу на линије вектора **E**. За овакав систем можемо рећи да је флукс вектора **E** кроз површ S број линија вектора **E** обухваћених са површи S. Односно можемо писати:

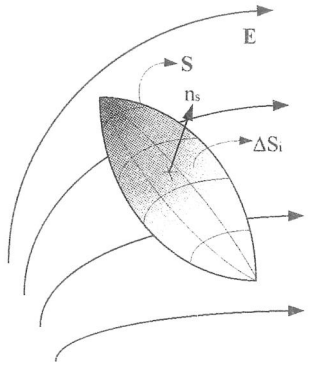


Слика 2.24. *Површ S у хомогеном електричном пољу* ***E***

$$\Psi_E = E \cdot S, \left[\Psi_E\right] = \left[\frac{V}{m}\right] \cdot \left[m^2\right] = \left[Vm\right] \qquad (2.32)$$

Димензионо, јединица у којој се изражава електрични флукс је **волт метар** $\left[Vm\right]$.

Одређивање флукса вектора **E** приказан једначином (2.32) може се применити само у наведеном случају приказаном на слици 2.24. Зато је неопходно дефиницију флукса вектора **E** генерализовати и проширити. Са друге стране бројни податак добијен изразом (2.32) не даје податак о усмерењу (току) електричног флукса имајући у виду да су линије вектора **E** усмерене линије.
Зато је неопходно у овоме случају по први пут проширити дефиницију површи. Као нови момент у досадашњој пракси уводимо појам *усмерене површи.* Усмерена површ је векторска величина њен *интензитет* представља *површина* саме површи а правац и смер се дефинише *нормалом* на површ. Нормала на површ је јединични вектор који површи даје усмерење, као што је приказано на слици 2.25.
На овај начин се уважава положај контуре у односу на линије вектора **E**. На основу претходног флукс вектора електричног поља можемо дефинисати као:



Слика 2.25. *Нормала на површ – усмерена површ* ***S*** *у електричном пољу* ***E***

$$\Psi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{S} = ES\cos\angle(\mathbf{E}, \mathbf{n}_s) \qquad (2.33)$$

При чему је: E интензитет вектора електричног поља, $\mathbf{n}_s$ нормала на површ S. Према томе, *флукс вектора електричног поља кроз површ S једнак је производу интензитета вектора електричног поља E површине S и косинуса угла између линија вектора* ***E*** *и нормале на површ* ***S.***
Израз 2.33. може се применити на једноставније геометријске површи у циљу генерализације дефиниције флукса вектора **E** кроз било коју
затворену површ произвољног облика. Израз за флукс можемо дефинисати на следећи начин:

$$\Psi_E = \oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \oint_S EdS \cdot \cos\angle(\mathbf{E}, \mathbf{n}_s) \qquad (2.34)$$

На основу израза 2.34. флукс вектора електричног поља дефинише се као површински интеграл вектора **E** по површи **S**.

2.7.1. ГАУСОВ ЗАКОН*

Гаусов закон успоставља везу између јачине електричног поља **E** у вакууму у било којој тачки имагинарне замишљене затворене површи **S** и вишка оптерећења (наелектрисања) обухваћених том површи Q_{uS}. Односно:

$$\oint_S \mathbf{E}d\mathbf{S} = \frac{Q_{uS}}{\varepsilon_0} \qquad (2.35)$$

Сам доказ и извођење израза за Гаусов закон излазе из оквира програма струковних студија али ће се посебна пажња посветити практичној примени Гаусовог закона на неке једноставније примере наелектрисаних тела у циљу одређивања расподеле јачине електричног поља у њиховој околини.

2.8. ПРОВОДНИЦИ У ЕЛЕКТРОСТАТИЧКОМ ПОЉУ

У електростатичком пољу у свим тачкама у проводним телима вектор јачине електричног поља **E**=0, и густина наелектрисања ρ=0. Тангенцијална компонента вектора **E** уз површ ових тела је такође једнака нули, $\mathbf{E}_{tang}$=0. Ако су проводна тела у вакууму, нормална компонента вектора **E** једнака је густини површинског наелектрисања у посматраној тачки проводника, подељеној са ε_0.

$$E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad (2.36)$$

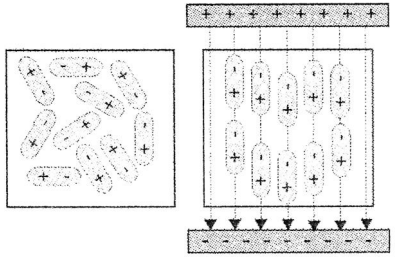
При овоме је смер нормале од проводног тела ка вакууму.
Ако се не наелектрисано тело унесе у електростатичко поље, на његовој површини се јавља индуковано наелектрисање. Разуме се, укупно индуковано наелектрисање једнако је нули. У случају наелектрисаног тела унетог у електростатичко поље долази до прерасподеле наелектрисања на његовој површи. Обе појаве се називају електростатичка индукција. Између наелектрисања и потенцијала проводног тела постоји веза:

$$Q = CV \qquad (2.37)$$

Под условом да су остала тела у његовој околини не наелектрисана. Константа С се назива *капацитивност* тела.

2.9. ДИЕЛЕКТРИЦИ У ЕЛЕКТРОСТАТИЧКОМ ПОЉУ, УОПШТЕНИ ГАУСОВ ЗАКОН*

Диелектрици су материјали који поседују изолациона својства односно макроскопски гледано не проводе електричну струју. У реалности у диелектрицима постоје веома мале струје које се могу детектовати и мерити и називају се струје цурења у диелектрику. Што су струје цурења диелектрика мање то је диелектрик квалитетнији. Диелектрици унети у електростатичко поље интерактују са пољем у коме се налазе што се манифестује појавом поларизације у диелектрику. Поларизација диелектрика представља



Слика 2.26. *Поларизација диелектрика*

формирање усмерених електричних дипола као што је приказано на слици 2.26. Сваки дипол се карактерише сопственим моментом,

$$\mathbf{p}=Q\mathbf{d} \tag{2.38}$$

при чему је: +Q - наелектрисање позитивног краја дипола а **d** - вектор положаја тог наелектрисања +Q у односу на наелектрисање супротног знака –Q.
Стање поларизованости диелектрика у свакој тачки описује се вектором *поларизације* **P**.
Вектор поларизације представља густину момената електричних дипола у околини посматране тачке, односно унутар неке елементарне запремине.

$$\mathbf{P}=\frac{(\sum \mathbf{p})_{u\Delta V}}{\Delta V} \tag{2.39}$$

По површини поларизованог диелектрика постоји вишак наелектрисања који је резултат образовања дипола у диелектрику. То наелектрисање се назива *везано наелектрисање*. Укупно везано наелектрисање по укупној површи диелектрика једнако је нули. Ако се диелектрик налази у вакууму у електростатичком пољу, а вектор поларизације непосредно уз раздвојну површ диелектрик-вакуум износи **P**, густина везаног наелектрисања може се одредити

$$\sigma_p=\mathbf{P}\cdot\mathbf{n} \tag{2.40}$$

При томе је: **n** - нормала на раздвојну површ вакума и диелектрика која се увек усмерава из диелектрика.
Вектор електричног помераја **D** (*електричне индукције*), може се дефинисати релацијом.

$$\mathbf{D}=\varepsilon_0\mathbf{E}+\mathbf{P} \tag{2.41}$$

За линеарне диелектрике веза између вектора поларизације **P** и вектора јачине електростатичког поља **E** може се описати следећом везом,

$$\mathbf{P}=\chi_e\varepsilon_0\mathbf{E} \tag{2.42}$$

При чему је χ_e - електрична *сусцептибилност* диелектрика. Уважавајући претходно везу између вектора електричног помераја у диелектрику **D** и вектора јачине електричног поља **E** можемо написати следећим изразом.

$$\mathbf{D}=\varepsilon\cdot\mathbf{E},\ \ \varepsilon=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r=\varepsilon_0\cdot(1+\chi_e) \tag{2.43}$$

Коефицијент ε се назива *пермитивност* диелектрика, док се коефицијент ε_r назива *релативна пермитивност* диелектрика.
Важно је нагласити да уважавајући вектор електричног помераја у диелектрику **D** и применом на Гаусов закон добијамо модификовану формулацију Гаусовог закона која уважава интеракцију диелектрика са електростатичким пољем у коме се диелектрик налази, односно:

$$\oint_S \mathbf{D}d\mathbf{S}=Q_{slobodnoS} \tag{2.44}$$

Формулација 2.44 важи у свим срединама и назива се **уопштени Гаусов закон.**

2.9.1 ГРАНИЧНИ УСЛОВИ*

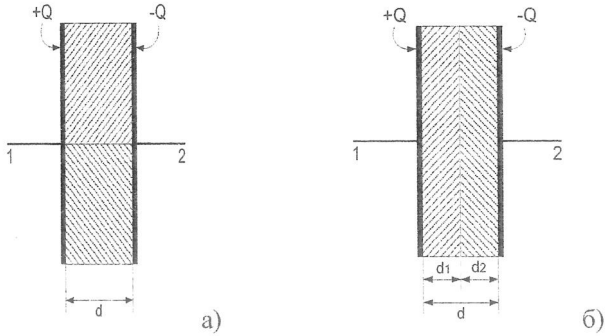
У две блиске тачке у две стране наелектрисане површи која раздваја два различита диелектрика компоненте вектора **E** и **D**, тангенцијалне и нормалне задовољавају следеће једнакости:

$$E_{1tang}=E_{2tang},\ \ D_{1norm}=D_{2norm}\ \ (\sigma=0) \tag{2.45}$$

За случај раздвојне површи између проводника (електроде) и диелектрика, са стране диелектрика у тачки у којој је густина површинског наелектрисања проводника σ, гранични услови гласе:

$$E_{tang} = 0,\ D_{norm} = \sigma \tag{2.46}$$

При чему је нормала на раздвојну површ усмерена од металног проводника у диелектрик.
На основу претходног можемо издвојити примере два карактеристична случаја два различита диелектрика у електростатичком пољу.



Слика 2.27. *Дефинисање граничних услова на раздвојну површ између диелектрика плочастог кондензатора*

На основу граничних услова који су претходно дефинисани за систем диелектрика приказан на слици 2.27 а) можемо писати:

$$E_{tang1} = E_{tang2},\ E_{norm1} = E_{norm2} = 0 \Rightarrow E_1 = E_2,\ D_1 \neq D_2 \tag{2.47}$$

За систем диелектрика приказан на слици 2.27 б) а на основу опште дефиниције граничних услова можемо писати:

$$E_{tang1} = E_{tang2} = 0,\ E_{norm1} \neq E_{norm2} \Rightarrow E_1 \neq E_2,\ D_1 = D_2 \tag{2.48}$$

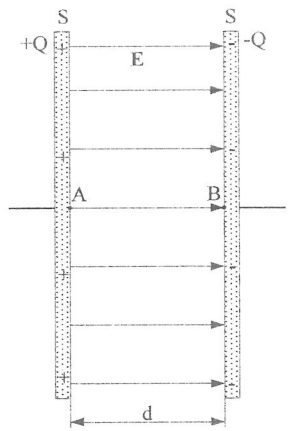
2.10. КОНДЕНЗАТОРИ

Кондензатор је уређај (систем) од два проводна тела (плоче, траке, електроде....) наелектрисан истом количином електрицитета али супротног знака, међусобно растављен изолатором (диелектриком).
Облик и величина кондензатора могу бити веома различити, што зависи од саме примене. Зависно од облика електрода кондензатори могу бити: плочасти, цилиндрични, сферни кондензатори са ваздушним, папирним, керамичким или неким другим диелектриком.
Кондензатори за праксу имају огроман значај јер се користе у разним електричним и другим уређајима, као нпр. код наглог прекидања индуктивног кола, краткотрајна блештава светлост за фотографисање је нагло, краткотрајно пражњење кондензатора. Пражњење кондензатора се користи и за тачкасто

заваривање, укључивање струјног кола након укључења прекидача за тачно одређено време (временско затезање), за мерење брзине пушчаног зрна, код укључења у погон једнофазних асинхроних мотора, за поправку фактора снаге, за стабилизацију једносмерног напона исправљача и др.
У пракси се најчешће користи плочасти кондензатор. Он је направљен од танких алуминијумских фолија (имају улогу плоча - електрода) између којих се налази веома танка кондензаторска хартија као диелектрик.
Да би се смањиле физичке димензије плочастог кондензатора често се ове плоче савијају па кондензатор добија спољашњи облик ваљка.
Графичка представа плочастог кондензатора са његовим димензијама дат је на слици 2.28 имајући у виду да је поље између плоча хомогено, можемо одредити напон између плоча кондензатора према следећем обрасцу.

$$U = U_{AB} = V_A - V_B = \int_A^B E\,dl = \left| \begin{matrix} \angle(E,dl) = 0^0 \\ \cos\angle(E,dl) = 1 \end{matrix} \right| = E\int_A^B dl = Ed \tag{2.49}$$

Да би могли изразити и основну величину кондензатора, а то је капацитет кондензатора, позивамо се на појам флукса вектора јачине електростатичког поља Ψ, које се за овакав систем дефинише као производ јачине поља и нормалне површине.



$$\Psi_E = E \cdot S = \frac{Q}{\varepsilon_0} \tag{2.50}$$

Одавде следи да је

$$E = \frac{Q}{\varepsilon \cdot S} \quad \text{односно,} \quad U = \frac{Q}{\varepsilon \cdot S} \cdot d \tag{2.51}$$

Слика 2.28. *Плочасти кондензатор*

За један одређени кондензатор издвојена количина електрицитета на плочама сразмерна је напону пуњења кондензатора, односно

$$\frac{Q_1}{U_1}=\frac{Q_2}{U_2}=\frac{Q_3}{U_3}=\cdots=\frac{Q}{U}=\text{const.} \tag{2.52}$$

Из претходног израза се види да однос количине наелектрисања и напона кондензатора представља константан број. Према томе, однос количине наелектрисања и напона на кондензатору представља један од најважнијих параметара кондензатора и назива се *капацитет* кондензатора.

$$C=\frac{Q}{U} \tag{2.53}$$

На основу израза 2.53. капацитет кондензатора се може изразити преко конструктивних параметара кондензатора ако је у питању ваздушна средина између електрода кондензатора.

$$\frac{Q}{U}=C=\varepsilon_0\frac{S}{d} \tag{2.54}$$

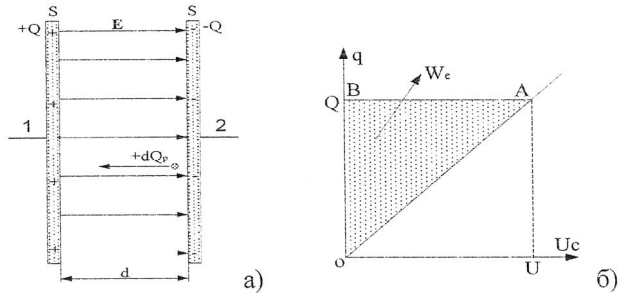
Ако се између електрода кондензатора налази нека друга средина тада израз 2.54. формулише уважавајући пермитивност диелектрика, односно:

$$C=\varepsilon\frac{S}{d}=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\frac{S}{d},\ \varepsilon=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r \tag{2.55}$$

Јединица за капацитет је C/V или **фарад** (F). Фарад је веома велика јединица због чега се у пракси користе много мање јединице као што су μF-*микрофарад*, nF-*нанофарад*, pF- *пикофарад*.

2.11. ЕЛЕКТРОСТАТИЧКА ЕНЕРГИЈА КОНДЕНЗАТОРА (енергија оптерећеног кондензатора)

Сваки напуњени кондензатор садржи извесну количину енергије. Та електростатичка (електрична) енергија кондензатора може се одредити радом приликом оптерећивања кондензатора. Претпоставимо да пуњење празног кондензатора отпочиње довођењем (на неки начин) малог наелектрисања +dQ са плоче 2 на плочу 1, тада ће плоча 1 бити наелектрисана са +dQ а плоча 2 са –dQ (слика 2.29 а)) сада напон између плоча није 0V већ dQ/C.



Слика 2.29. а) *Пробно наелектрисање у електростатичком пољу* б)*Енергија електростатичког поља кондензатора*

Да би наставили започети процес пуњења, морамо извршити неки рад против електричних сила који се аналитички може описати.

$$dA=dF\cdot d=E\cdot dQ\cdot d\Rightarrow$$
$$dA=\frac{Q}{\varepsilon S}\cdot d\cdot dQ=\frac{1}{C}\cdot Q\cdot dQ \tag{2.56}$$

Израз 2.56. представља рад електричних сила, а укупан рад потребан да се кондензатор напуни до коначне количине електрицитета Q износи.

$$A=\frac{1}{C}\int_0^Q QdQ=\frac{Q^2}{2C} \tag{2.57}$$

По закону о одржању енергије, енергија коју смо приликом пуњења кондензатора утрошили (која је бројно једнака раду) претворила се у електричну енергију садржану у кондензатору, која износи.

$$W_e=\frac{Q^2}{2C}=\frac{1}{2}QU=\frac{1}{2}CU^2 \tag{2.58}$$

Јединица електростатичке енергије је **џул** [J]. Електростатичку енергију W_e оптерећеног кондензатора можемо одредити и на основу графичког приказа пуњења кондензатора и релације да је A=QU.
Са слике 2.29. б) види се да је извршени рад при оптерећењу кондензатора односно електростатичка енергија сразмерна површини троугла OAB, па електростатичку енергију можемо одредити на основу израза.

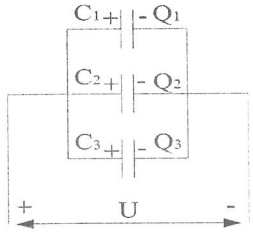
$$W_e=\frac{1}{2}QU \tag{2.59}$$

2.12. ВЕЗИВАЊЕ КОНДЕНЗАТОРА

Кондензатори су тако конструисани да се електрично поље ван њега може занемарити, као и међусобни утицај два или више кондензатора. Са таквом претпоставком, кондензатори се могу везати у одговарајуће групе: паралелно, редно или мешовито у циљу добијања одређеног капацитета групе кондензатора – еквивалентни капацитет.

а) Паралелна веза кондензатора

Паралелна веза кондензатора има заједнички напон за све кондензаторе (слика 2.30). Укупно позитивно наелектрисање на позитивним електродама једнако је збиру позитивних наелектрисања појединих кондензатора.



Слика 2.30. *Паралелна веза кондензатора*

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = C_1U + C_2U + C_3U \tag{2.60}$$

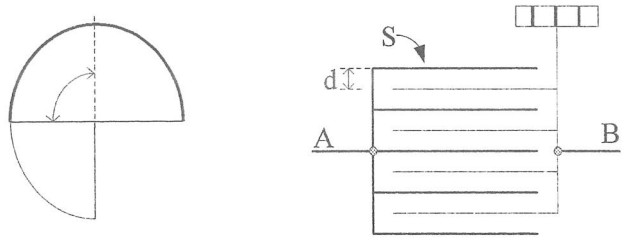
Односно,

$$C_e = \frac{Q}{U} = C_1 + C_2 + C_3 \tag{2.61}$$

Посебан облик ове групе имају промењиви ваздушни кондензатори састављени од две групе покретних и непокретних полукружних електрода истих димензија. Закретањем покретних плоча за одређени угао добија се одређени капацитет који се рачуна према.

$$C = N\varepsilon_0 \frac{S_a}{d} \tag{2.62}$$

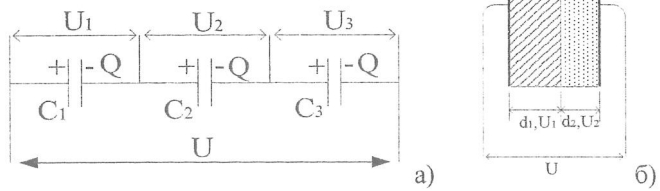
Где је N- број паралелних кондензатора (број међупростора између покретних и непокретних плоча), а $S_a = S\frac{\alpha}{180}$ је активна површина, слика 2.31.



Слика 2.31. *Систем покретних и непокретних електрода плочастог кондензатора*

б) Редна веза кондензатора

Приликом заједничког оптерећивања кондензатора кроз сваки пресек проводника електричног кола проћи ће иста количина електрицитета Q (просто коло) па ће сваки кондензатор бити оптерећен истом количином наелектрисања: $Q_1=Q_2=Q_3=Q$.



Слика 2.32. а) *Редна веза кондензатора, б) Кондензатор са два диелектрика*

Укупни напон редно везане групе кондензатора је:

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} \tag{2.63}$$

Односно,

$$U = Q \cdot \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \right) \Rightarrow \frac{U}{Q} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3}$$

$$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} \tag{2.64}$$

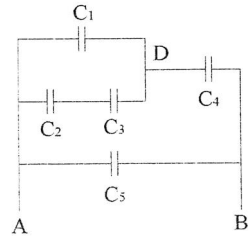
Одакле, налазимо еквивалентни капацитет редно везаних кондензатора. Посебан облик редне везе кондензатора је вишеслојни кондензатор напуњен количином

електрицитета Q и прикључен на напон U, слика 2.32 б). Уважавајући слику 2.32 б), приказани систем можемо посматрати као два редно везана кондензатора са диелектрицима $\varepsilon_1, \varepsilon_2$.

$$C_1 = \varepsilon_1 \frac{S}{d_1}, \text{ а } C_2 = \varepsilon_2 \frac{S}{d_2}, \text{ односно } Ce = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2} \tag{2.65}$$

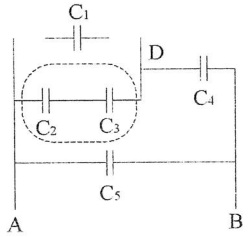
в) Мешовита веза кондензатора

Мешовита веза кондензатора је комбинација паралелне и редне везе кондензатора. Еквивалентни капацитет групе добија се свођењем једне на другу везу, као на слици 2.33.
Применом израза 2.61. и 2.64. вршимо трансконфигурацију мешовите везе кондензатора. Поступак одређивања еквивалентног капацитета започиње тако што крећемо из унутрашњости мешовите веза ка спољашњим прикључцима између којих тражимо еквивалентни капацитет.



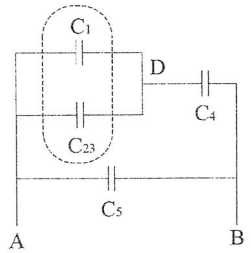
Слика 2.33. *Мешовита веза кондензатора*

Пре почетка одређивања еквивалентне капацитивности неопходно је добро проучити топологију мешовите везе кондензатора.



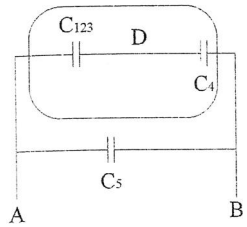
1. корак:
Одреди се еквивалентна капацитивност редне везе кондензатора C_2 и C_3.

$$C_{23} = \frac{C_2 \cdot C_3}{C_2 + C_3} \tag{2.66}$$



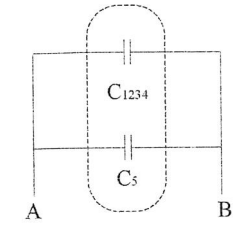
2. корак:
Одреди се еквивалентна капацитивност паралелне везе кондензатора C_1 и C_{23}.

$$C_{123} = C_1 + C_{23} \tag{2.67}$$



3. корак:
Одреди се еквивалентна капацитивност редне везе кондензатора C_4 и C_{123}.

$$C_{1234} = \frac{C_{123} \cdot C_4}{C_{123} + C_4} \tag{2.68}$$

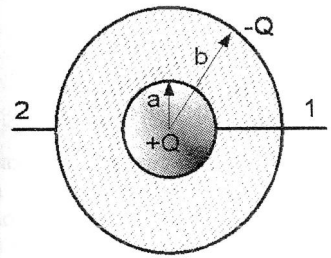


На крају трансформација укупна еквивалентна капацитивност мешовите везе кондензатора између тачака A и B, одређује се као паралелна веза концензатора C_{1234} и C_5.

$$C_{ekAB} = C_{1234} + C_5 \tag{2.69}$$

2.14. КАПАЦИТЕТ СФЕРНОГ КОНДЕНЗАТОРА*

Сферни кондензатор се у електротехници и физици у последње време мало користи. Међутим, због једноставне геометрије система његова се капацитивност може веома једноставно одредити. Сферни кондензатор представља концентричну структуру две проводне металне сферне електроде. Унутрашња сферна електрода направљена је од метала у облику металне кугле пуног пресека. Спољашња електрода је такође од метала у облику шупље сфере одговарајуће дебљине. Значи унутар (у центру) спољашње електроде налази се унутрашња електрода, као што је приказано на слици 2.34. Да би се сферни кондензатор могао наелектрисати неопходно је да унутрашња електрода буде приступачан, зато се на спољашњој електроди направи мали отвор и кроз њега се унутрашња електрода повеже танким проводником.



Слика 2.34. *Сферни кондензатор*

Као диелектрик код сферног кондензатора може се користити ваздух (ваздушни сферни кондензатори) или неки други диелектрик (чврсти, течни, гасовити).
Електрично поље између електрода овога кондензатора је не хомогено и зависи од квадрата растојања, димензија кондензатора и врсте диелектрика. Табеларни преглед приказан је у табели 2.2.

	Ваздух као диелектрик	Диелектрик
Јачина електричног поља	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{r^2}$	$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$
Капацитет	$C=\frac{4\pi\varepsilon_0 ab}{b-a}$	$C=\frac{4\pi\varepsilon ab}{b-a}$

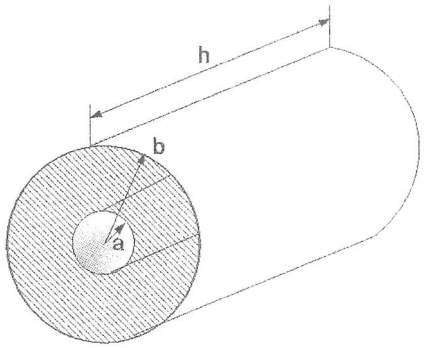
Табела 2.2. *Изрази за капацитет и јачину електричног поља сферног кондензатора*

Студенту се оставља за самосталан рад да применом Гаусовог закона докаже наведене релације за јачину и капацитет сферног кондензатора.

2.15. КАПАЦИТЕТ ЦИЛИНДРИЧНОГ КОНДЕНЗАТОРА*
(Коаксијални вод)

За пренос електричних сигнала на високим учестаностима као што су сигнали слике и звука користе се коаксијални водови. У савременим системима за дистрибуцију телевизијског сигнала тешко је и замислити дистрибутивне системе кабловске телевизије без коаксијалних водова. Структура коаксијалног вода се састоји од централне електроде - проводника пуног попречног пресека и омотача који је сличан структури шупљег ваљка. Између прве и друге електроде налази се испуна од диелектрика.

Да би се дефинисао капацитет једне овакве цилиндричне структуре неопходно је претходно дефинисати тзв. *подужно наелектрисање*.



Слика 2.35. *Коаксилајни вод*

Претпоставимо да су електроде (унутрашња и спољашња) равномерно наелектрисане укупном количином наелектрисања Q. Због једноставности анализа оваквог система не мора да се ради на укупној дужини коаксијалног вода већ на јединичној дужини. Да би то спровели неопходно је одредити подужну количину наелектрисања Q'.

Подужна количина наелектрисања се добија када се укупно наелектрисање електроде подели са дужином вода, односно:

$$Q'=\frac{Q}{L}=\frac{Q_{на\,h}}{h}$$ (подужна количина наелектрисања коаксијалног вода) (2.70)

При чему је: Q, ($Q_{на\ x}$) – укупна количина наелектрисања електроде, L, (h) – дужина коаксијалног вода.

На основу подужне количине наелектрисања могуће је дефинисати промену јачине електричног поља између електрода коаксијалног вода као и подужни капацитет вода.

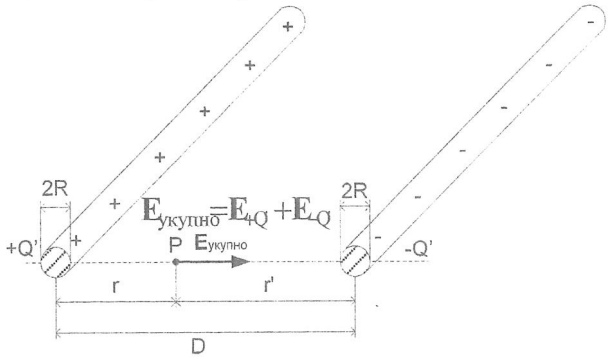
	Ваздух као диелектрик	Диелектрик
Јачина електричног поља	$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{Q'}{r}$	$E=\frac{1}{2\pi\varepsilon}\frac{Q'}{r}$
Подужни капацитет C'	$C'=\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{b}{a}}$	$C'=\frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{b}{a}}$

Табела 2.3. *Изрази за подужни капацитет и јачину електричног поља коаксијалног вода*

Студенту се оставља за самосталан рад да применом Гаусовог закона докаже наведене релације за расподелу јачине електричног поља и подужни капацитет коаксијалног вода.

2.16. ДВОЖИЛНИ ВОД*

Двожилни вод представља један од најчешће коришћених система за пренос електричне енергије. Двожилни вод се састоји од два паралелна проводника кружног попречног пресека који се налазе на међусобном растојању D. У ову врсту водова спадају ваздушни телефонски и телеграфски водови као и енергетски водови за напајање потрошача мање снаге.



Слика 2.36. *Двожилни вод*

Посматрајмо тачку P, са слике 2.36. укупно електрично поље у тачки P настаје као суперпозиција електричних поља позитивно и негативно наелектрисаног проводника двожилног вода. На основу претходног а применом Гаусовог закона можемо одредити електрично поље између наелектрисаних проводника:

$$\mathbf{E}_{ukupno} = \mathbf{E}_{+Q'} + \mathbf{E}_{-Q'} = \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0 r} + \frac{Q'}{2\pi\varepsilon_0 r'} \tag{2.71}$$

Применом израза за напон (разлику потенцијала) између наелектрисаних проводника можемо одредити израз за подужну капацитивност двожилног вода.

$$U_{12} = V_1 - V_2 = \int_A^B E_{ukupno}\,dr = \frac{Q'}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{D}{R} \tag{2.72}$$

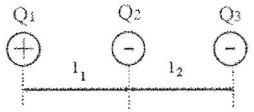
Имајући у виду основну дефиницију капацитета $C = \frac{Q}{U}$, применом на претходни израз добијамо образац за одређивање подужне капацитивности двожилног вода.

$$C' = \frac{Q'}{U_{12}} = \frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{D}{R}}. \tag{2.73}$$

2.17 ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак

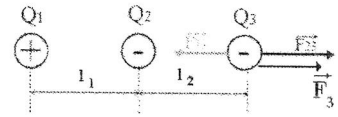
Три непокретна тачкаста наелектрисања $Q_1 = 1\mu C, Q_2 = -2\mu C$ и $Q_3 = -3\mu C$ налазе се у ваздуху као на слици 2.37. Одреди интензитет, правац и смер Кулонове (електростатичке) силе на треће наелектрисање (Q_3), ако је познато $l_1 = l_2 = 1cm$.



Слика 2.37

Решење :

Резултантна сила $\vec{F}_3$ на треће наелектрисање једнака је векторском збиру сила $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{23}$ које су приказане на слици 2.38, при чему је $\vec{F}_{13}$ привлачна, а $\vec{F}_{23}$ одбојна.



Слика 2.38

Интензитети наведених електричних сила рачунају се применом израза за Кулонов закон:

$$\left|\vec{F}_{13}\right| = k\frac{Q_1 Q_3}{(l_1 + l_2)^2} = 9\cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{1\cdot 10^{-6}C\cdot(-3)\cdot 10^{-6}C}{4\cdot 10^{-4}m^2} = -\frac{27}{4}\cdot 10N = -67.5N$$

$$\left|\vec{F}_{23}\right| = k\frac{Q_2 Q_3}{(l_2)^2} = 9\cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{(-2)\cdot 10^{-6}C\cdot(-3)\cdot 10^{-6}C}{1\cdot 10^{-4}m^2} = 54\cdot 10N = 540N$$

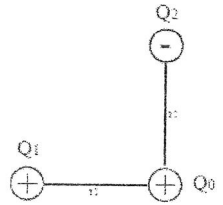
Како су тела распоређена колинеарно, интензитет резултујуће силе на треће наелектрисање одређује се једноставним сабирањем интензитета сила $\vec{F}_{13}$ и $\vec{F}_{23}$:

$$\left|\vec{F}_3\right| = \left|\vec{F}_{13}\right| + \left|\vec{F}_{23}\right| = -67.5N + 540N = 472.5N$$

Правац резултантне силе се поклапа са правцем на коме леже колинеарни вектори. Смер је удесно јер је добијена позитивна вредност за интензитет, као што је приказано на слици 2.38.

2. Задатак

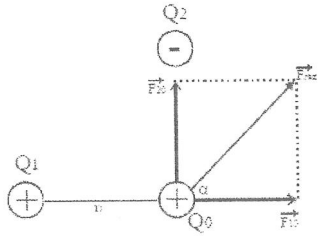
Три тачкаста наелектрисања $Q_1 = 1\mu C, Q_2 = -2\mu C$ и $Q_0 = 1\mu C$ налазе се у ваздуху као на слици 2.39. Одредити интензитет, правац и смер Кулонове (електростатичке) на наелектрисање Q_0 ако је познато $r_1 = r_2 = 3cm$.



Слика 2.39

Решење:

Резултантна сила $\vec{F}_0$ на треће наелектрисање једнака је векторском збиру сила $\vec{F}_{10}$ и $\vec{F}_{20}$ које су приказане на слици 2.40, при чему је $\vec{F}_{10}$ одбојна, а $\vec{F}_{20}$ привлачна.



Слика 2.40

Интензитети ових сила су:

$$\left|\vec{F}_{10}\right| = k\frac{Q_1Q_0}{(r_1)^2} = 9\cdot10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{1\cdot10^{-6}C\cdot1\cdot10^{-6}C}{9\cdot10^{-4}m^2} = 10N$$

$$\left|\vec{F}_{20}\right| = k\frac{Q_2Q_0}{(r_2)^2} = 9\cdot10^9\,\frac{Nm^2}{C^2}\cdot\frac{(-2)\cdot10^{-6}C\cdot1\cdot10^{-6}C}{9\cdot10^{-4}m^2} = -20N$$

Како ове силе међусобно заклапају прав угао, интензитет резултујуће силе на треће наелектрисање одређује се применом Питагорине теореме:

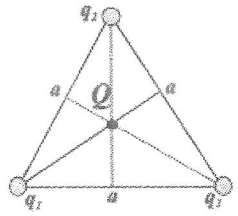
$$\left|\vec{F}_0\right| = \sqrt{\left|\vec{F}_{10}\right|^2 + \left|\vec{F}_{20}\right|^2} = \sqrt{100+400} = 10\sqrt{5} \cong 22.36\,N\,.$$

Смер резултујуће силе приказан је на слици 2.40, док је њен правац одређен углом α. Са слике 2.40 за тај угао добијамо:

$$tg\alpha = \frac{\left|\vec{F}_{20}\right|}{\left|\vec{F}_{10}\right|} = 2 \;\Rightarrow\; \alpha = arctg(2) = 1.1071rad = 63.44^\circ\,.$$

3. Задатак

Три једнака позитивна оптерећења постављена су у теменима једнакостраничног троугла странице а, као на слици 2.41. какво и колико наелектрисање Q треба поставити у тежиште троугла тако да резултујућа сила на сва оптерећења буде једнака нули?



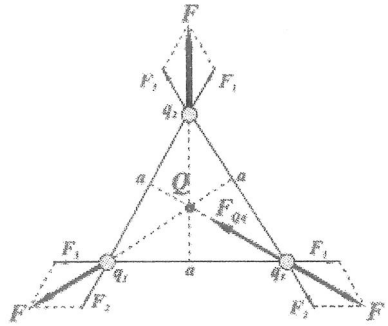
Слика 2.41

Решење:

На свако оптерећење у теменима једнакостраничног троугла делују по две Кулонове силе од преостала два оптерећења. Те силе су једнаког интензитета који износи:

$$\left|\vec{F}_1\right| = \left|\vec{F}_2\right| = \left|\vec{F}_3\right| = k\frac{q_1q_2}{a^2} = k\frac{q^2}{a^2} = \left|\vec{F}_0\right|\,.$$

На слици 2.42 приказан је правац и смер деловања ових сила. Резултантне силе $\vec{F}$ на свако оптерећење једнаке су векторском збиру по две одговарајуће силе, а њихов правац и смер је такође приказан на слици 2.42. види се да су све резултантне силе одбојне и усмерене од темена, што је последица симетричног распореда оптерећења и поништавања попречних компоненти појединих сила у теменима троугла.



Слика 2.42

Интензитети резултујућих сила могу се одредити на следећи начин:

$$\left|\vec{F}\right| = 2\left|\vec{F}_0\right|\cos30^\circ = 2\cdot k\frac{q^2}{a^2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = k\sqrt{3}\frac{q^2}{a^2}\,.$$

Растојање тежишта од сва три земана износи: $l=\frac{2}{3}h=\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}a=\frac{\sqrt{3}}{3}a$, при чему је h висина троугла. Да би се поништило дејство резултујућих сила у тежиште треба поставити негативно наелектрисање Q тако да силе $\vec{F}_{Qq}$ буду истог интензитета а супротног смера од појединих резултујућих сила. Сада се може написати једнакост:

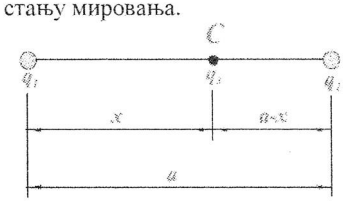
$$\left|\vec{F}_{Qq}\right|=\left|\vec{F}\right|,\ k\frac{Q\cdot q}{l^2}=k\sqrt{3}\frac{q^2}{a^2},\ \frac{Q}{\frac{3}{9}a^2}=\sqrt{3}\frac{q}{a^2}$$

$$3\cdot Q=\sqrt{3}\cdot q,\ Q=\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot q$$

Из добијеног решења се види да количина наелектрисања Q зависи само од q, а не и од растојања a.

4. Задатак

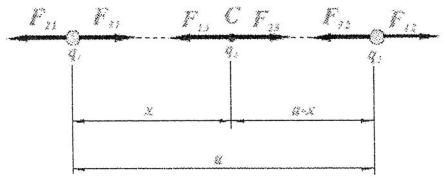
Два тачкаста наелектрисања $q_1=4\mu C$ и $q_2=1\mu C$ налазе се у вакууму на растојању $a=60cm$, као на слици 2.43. Одредити положај C трећег наелектрисања q_3 тако да након његовог постављања на позицију C између претходна два оно буде у стању мировања.



Слика 2.43

Решење:

Ако се са x означи растојање наелектрисања q_3 од наелектрисања q_1, тада је растојање од q_3 до q_2 једнако a-x. На слици 2.44 је приказан правац и смер свих сила у датом систему.



Слика 2.44

Да би наелектрисање q_3 мировало, мора бити испуњена једнакост:

$$k\frac{q_1q_3}{x^2}=k\frac{q_2q_3}{(a-x)^2}$$

Разматрањем претходног израза добија се квадратна једначина $x^2-160x+4800=0$ чија су решења: $x_1=120cm$ и $x_2=40cm$. Како је $x_1>a$, за коначно решење се усваја само $x_2=40cm$.

5. Задатак

На располагању имамо плочасти кондензатор.

а) свака плоча кондензатора има површину S=120 cm^2. Плоче су одвојене ваздушним слојем дебљине d=0,5 cm. Израчунати капацитет кондензатора.

б) плочасти кондензатор има C=50 pF. Ако се између плоча , чија је површина S=100 cm^2, налази ваздух, колики је размак између њих ?

ц) Између плоча кондензатора капацитета C=100 pF налази се стакло са $\varepsilon_r=7$. Колика је површина плоча ако се оне налазе на размаку d = 0,5 cm ?

Решење:

а)

$$C=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\frac{S}{d}=8.85\cdot10^{-12}\frac{F}{m}\cdot1\cdot\frac{120cm^2}{0.5cm}$$

$$C=8.85\frac{pF}{m}\cdot2.4m\Rightarrow\boxed{C=21,2pF}$$

б)

$$C=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\frac{S}{d}\Rightarrow d=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\frac{S}{C}$$

$$d=8.85\frac{pF}{m}\cdot\frac{100cm^2}{50pF}=17.7\cdot\frac{1}{100}\cdot\frac{cm^2}{cm}\Rightarrow\boxed{d=0,177cm}$$

ц)

$$C=\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r\cdot\frac{S}{d}\Rightarrow S=\frac{C\cdot d}{\varepsilon_0\cdot\varepsilon_r}$$

$$S=\frac{100\cdot0,5\cdot0.01}{8.85\cdot7}=0.008m^2\Rightarrow\boxed{S=80cm^2}$$

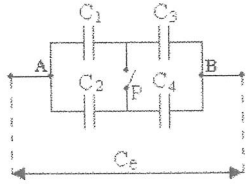
6. Задатак

Одредити еквивалентни капацитет споја на слици 2.45 при:

а) отвореном прекидачу P;

б) затвореном прекидачу P.

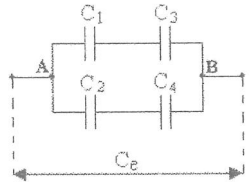
При чему је познато: C_1=1pF, C_2=2pF, C_3=3pF и C_4=4pF.



Слика 2.45

Решење:

а) Када је отворен прекидач P мрежа кондензатора има изглед као на слици 2.46.



Слика 2.46

Прво рачунамо серијске везе кондензатора C_1 и C_3, односно C_2 и C_4:

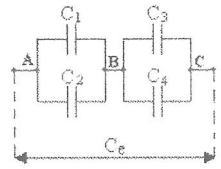
$$C_{13}=\frac{C_1\cdot C_3}{C_1+C_3}=\frac{1\cdot 3}{1+3}=\frac{3}{4}\Rightarrow \quad \underline{C_{13}=0.75\text{pF}}$$

$$C_{24}=\frac{C_2\cdot C_4}{C_2+C_4}=\frac{2\cdot 4}{2+4}=\frac{8}{6}\Rightarrow \quad \underline{C_{24}=1.33\text{pF}}$$

Након тога рачунамо паралелну везу кондензатора C_{13} и C_{24}:

$$C_e=C_{13}+C_{24}=0.75+1.33\Rightarrow \quad \boxed{C_e=2.08\text{pF}}$$

б) Када је прекидач P затворен, мрежа кондензатора има изглед као на слици 2.47.



Слика 2.47

Прво рачунамо паралелне везе кондензатора C_1 и C_2, односно C_3 и C_4:

$$C_{12}=C_1+C_2=1+2\Rightarrow \quad \underline{C_{12}=3\text{pF}}$$

$$C_{34}=C_3+C_4=3+4\Rightarrow \quad \underline{C_{34}=7\text{pF}}$$

Након тога рачунамо редну везу кондензатора C_{12} и C_{34}:

$$C_e=\frac{C_{12}\cdot C_{34}}{C_{12}+C_{34}}=\frac{3\cdot 7}{3+7}=\frac{21}{10}\Rightarrow \quad \boxed{C_e=2.1\text{pF}}$$

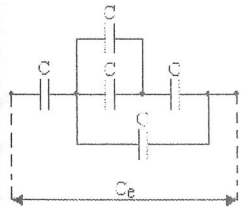
7. Задатак

Одреди еквивалентни капацитет групе кондензатора са слика 2.48, 2.49 и 2.50.

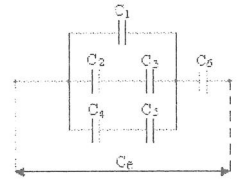
а) $C=2\,\mu F$

б) $C_1=C_2=300\text{pF}$, $C_3=C_4=C_5=600\text{pF}$, $C_6=1.2\,\text{nF}$

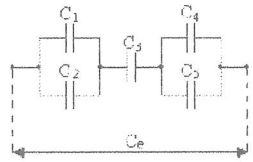
ц) $C_1=2\,\text{pF}, C_2=4\,\text{pF}$, $C_3=3\,\text{pF}$, $C_4=C_5=1\,\text{pF}$



Слика 2.48



Слика 2.49



Слика 2.50

Решење: а) $C_e=1.25\,\mu F$; б) $C_e=480\text{pF}$; ц) $C_e=1\text{pF}$.

8. Задатак

Ваздушни плочасти кондензатор капацитета C има размак између плоча 0,75mm. Када се кондензатор стави у уље, а размак између плоча повећа на 1,8mm, капацитет кондензатора остаје непромењен. Одредите релативну диелектричну константу уља.

Решење:

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{d_1}$$

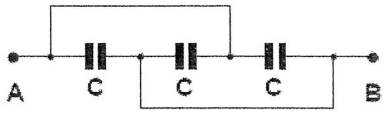
$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d_2}$$

$$C_1 = C_2 \Rightarrow \varepsilon_0 \frac{S}{d_1} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d_2} \Rightarrow \varepsilon_r = \frac{d_2}{d_1} = \frac{1.8}{0.75} = 2.4.$$

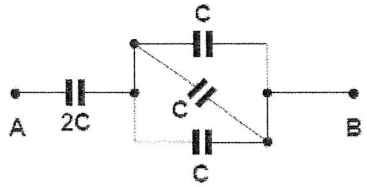
9. Задатак

Изведите израз за капацитивност C_{AB} за мрежу кондензатора приказаних на сликама 2.51 и 2.52.

а) б)



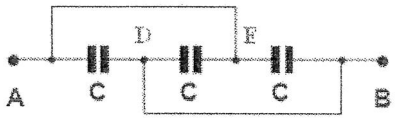
Слика 2.51



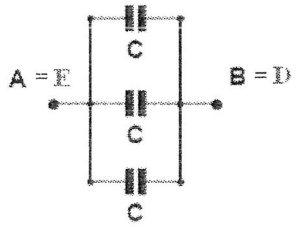
Слика 2.52

Решење:

а) На слици 2.51 постоје тачке које су кратко спојене, што значи да се оне налазе на истом потенцијалу. Да би одредили еквивалентну капацитивност уведимо две нове тачке D и E, као на слици 2.53. Како су тачке A и E кратко спојене, онда се оне могу посматрати као једна иста тачка. Исто важи за тачке B и D. Узимајући то у обзир шема кондензатора се може трансформисати у шему дату на слици 2.54. сада се еквивалентна капацитивност лако добија и износи: $C_{AB} = C + C + C = 3C$.



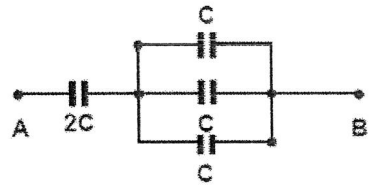
Слика 2.53



Слика 2.54

б) шема са слике 2.52 је еквивалентна шеми са слике 2.55. еквивалентна капацитивност је једнака редној вези кондензатора 2C и паралелне везе три кондензатора капацитивности C:

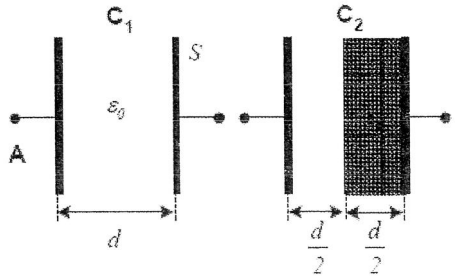
$$C_{AB} = \frac{2C \cdot 3C}{2C + 3C} = \frac{6}{5}C.$$



Слика 2.55

10. Задатак

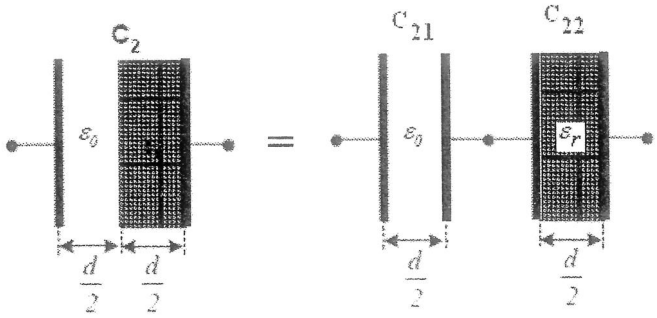
Ваздушни плочасти кондензатор капацитивности C_1 приказан је на слици 2.56-лево. Ако се половина простора између електрода кондензатора испуни диелектриком релативне диелектричне константе $\varepsilon_r = 3$, као на слици 2.56-десно, добије се кондензатор капацитивности C_2. Одредити однос C_1/C_2.



Слика 2.56

Решење:

Капацитивност ваздушног плочастог кондензатора је $C_1 = \varepsilon_0 \frac{S}{d}$. Када се део простора кондензатора испуни диелектриком као на десној страни слике 2.56 онда се капацитивност таквог кондензатора рачуна као капацитивност редне везе два кондензатора: $C_{21} = \varepsilon_0 \frac{S}{d/2}$ и $C_{22} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d/2}$, као што је приказано на слици 2.57.



Слика 2.57

Сада се капацитивност C_2 добија:

$$C_2 = \frac{C_{21} \cdot C_{22}}{C_{21} + C_{22}} = \frac{\varepsilon_0 \frac{S}{d/2} \cdot \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d/2}}{\varepsilon_0 \frac{S}{d/2} + \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{S}{d/2}} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{1+\varepsilon_r} \cdot \frac{S}{d/2}.$$

Однос капацитета пре и после убацивања диелектрика је:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 \cdot \frac{S}{d}}{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{1+\varepsilon_r} \cdot \frac{S}{d/2}} = \frac{1+\varepsilon_r}{2 \cdot \varepsilon_r} = \frac{2}{3}.$$

3. ЕЛЕКТРОКИНЕТИКА - ЈЕДНОСМЕРНЕ СТРУЈЕ

3.1 КАКО НАСТАЈЕ ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА У ПРОВОДНИЦИМА?

Електронска теорија објашњава да су све материје састављене од атома, а да се сваки атом састоји од протона, неутрона и електрона. Електрони круже око атомског језгра огромним брзинама (*c*-брзина светлости). У ствари сви електрони који круже око језгра атома по својим путањама чврсто су везани за језгро, сем оних који круже по спољним путањама. Електрони који круже по спољашњој путањи могу напустити матични атом и придружити се неком суседном и тако сукцесивно. Гледано макроскопски на нивоу металне решетке материјала, електрони са спољашњих путања стално се хаотично крећу. Ови електрони се називају слободни електрони.
Ако се лутајући – слободни електрон придружи неком атому, тј. ако уђе у његов спољашњи (последњи енергетски ниво) круг, атом постаје негативно наелектрисан, јер нови електрон нема у атомском језгру свог протона, с којим би постизао електричну неутралност. Исто тако ако атом изгуби један или више електрона он постаје позитивно наелектрисан. Тежина атома се не мења јер је сконцентрисана у језгру атома која се није мењала код преласка електрона из једног атомског система у други. Јер је маса електрона занемарљива, у односу на масу атомског језгра. У неким материјалима постоји велик број слободних електрона, а то зависи од атомске структуре материје. Доказано је да метали имају велик број слободних електрона који лутају из једног атомског система у други јер су на својим спољним путањама око језгра лабаво везани за њега. Пошто у малом комадићу метала има огроман број атома то је вероватно, да ће увек бити приближно једнак број атома наелектрисан позитивно односно негативно, те ће се према томе метал у нормалним приликама према спољашњој средини бити неелектричан, односно електрично неутралан.

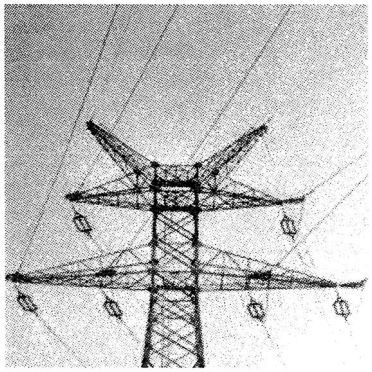
Ако се хаотично кретање електрона у металу усмери у једном правцу имаћемо струју електрона – електронски ток или како се обично назива електричну струју. Према томе, усмерени ток електрона ствара електричну струју.

3.2 ПРОВОДНИЦИ И ИЗОЛАТОРИ

Пошто сваки метал има мање или више слободних електрона јасно је, да се у њему може појавити електрична струја, зато кажемо да су метали проводне материје из којих се израђују проводници електричне струје.
Проводници су материјали који имају слободне електроне. Има и материја које немају слободних електрона или мали број, те према томе, не могу проводити

електричну струју. Такве материје називају се изолатори – диелектрици електричне струје.

Изолатори су материјали који немају слободних електрона, или их имају у тако малом броју да се струја кроз њега може занемарити. Углавном, све материјале можемо поделити у две основне категорије проводнике и изолаторе (диелектрике). Међутим, постоји и трећа група у подели материјала по проводности електричне струје, а то су полупроводници. Особине полупроводника излазе из оквира овога уџбеника и изучаваће се у склопу другог предмета (Електроника). Међу проводнике убрајају се сви метали као што су: сребро, бакар, алуминијум, олово, жива, платина итд. Сребро је бољи проводник од бакра, али је бакар у много већој употреби јер је јефтинији од сребра. Алуминијум се употребљава као проводник где је у питању тежина јер је лакши од бакра. Зато се употребљава за пренос високих напона, где су велики распони између стубова (3.1.). Алуминијумски проводници се често у овом случају пресвлаче слојем челика како би се постигла одговарајућа чврстоћа на механичка напрезања. Проводници могу бити у виду шипке, цеви али најчешћи облик је жица. Проводници су разних дебљина – пресека, од пресека длаке за намотаје код осетљивих инструмената, па до жица већег попречног пресека за пренос јаких струја у електричним постројењима. Да би се спречили спољашњи утицаји, проводници се некада превлаче гумом, памуком, пластичним материјама и порцеланом. Ова техника уједно спречава директне додире проводника под напоном и кратке спојеве између проводника. Материјали који имају лоша проводна својства су изолатори. Раствори соли, киселина и база у води или пак у другим растварачима, такође су проводници електричне струје и називају се електролити или проводници другог реда.



Слика 3.1. *Стуб далековода са АlČе ужадима*

Исто тако гасови под извесним околностима могу бити проводници електричне струје, премда се они сврстају у групу изолатора.

Не постоји идеалан изолатор а који превелика вредност напона (јачина електричног поља) не би могла пробити. Они су само врло слаби проводници електричне струје у реалним условима рада, па се струје цурења кроз њих често могу занемарити. Међу добре изолаторе спадају порцелан, стакло, гума, ваздух, уље, суво дрво итд. Једно од првих ставки које је потребно знати при руковању са електричним колима, да је струја опасна и по живот. Да не би дошло до непосредног додира са деловима под напоном, металне масе на потенцијалу се изолују одговарајућим изолаторима(диелектрицима). Изолатори такође спречавају кратке спојеве, одвођење електричне струје и електричне губитке.

Сви потрошачи и проводници под напоном , у домаћинству нпр. електрична сијалица, пегла, решои итд. заштићени су изолаторима тако да је безопасно руковање са њима.

3.3 ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА И ЕФЕКТИ ПРОТИЦАЊА ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

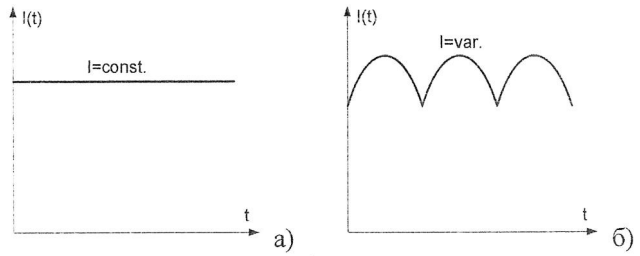
Претходно је наведено да свако усмерено кретање наелектрисања без обзира на узрок кретања и врсту честице назива се електричном струјом. Појам електрична ''струја'' уведен је због аналогије са струјањем флуида у механици. Наиме, сликовито описано усмерено кретање електрона кроз проводник слично је кретању флуида (нпр. неке течности) кроз одговарајућу цев. Електрична струја може постојати у свим врстама проводника, полупроводника, гасова и вакууму.

Да би се успоставила електрична струја неопходно је да буду задовољена два основна услова:

1. да постоји довољан број слободних наелектрисања у материјалу,
2. да постоји електрична сила (електрично поље) која ће изазвати њихово усмерено кретање.

Електричну струју можемо поделити у две основне категорије према томе да ли наелектрисања у времену мењају смер кретања:

1. **једносмерне струје** – основна одлика је усмерено кретање наелектрисања у проводнику само у једном смеру. Област електротехнике која изучава једносмерне струје назива се електрокинетика. Једносмерне струје можемо поделити и на две групе у зависности да ли се интензитет једносмерне струје мења у времену или не:
   a. **једносмерна временски константна струја**- током времена не мења се интензитет струје у проводнику
   b. **једносмерна временски променљива струја**- током времена мења се интензитет струје у проводнику али никако смер
2. **наизменичне струје**- током времена протицања електричне струје усмерена наелектрисања мењају смер кроз проводник. О наизменичним струјама биће више речи у једном од наредних поглавља.

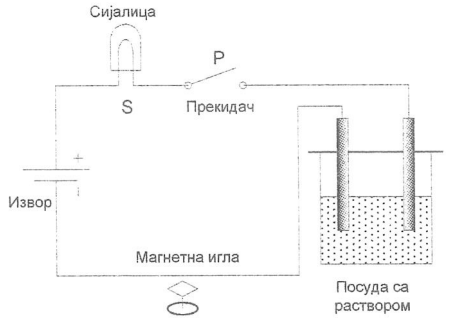


Слика 3.2. *Временски облици једносмерних струја*
а) једносмерна временски константна струја
b) једносмерна временски променљива струја

Немогуће је непосредно посматрати електричну струју. О протицању струје кроз проводник може се судити само по појавама које је прате. Посматрањем ових појава, већ одавно је установљен низ закона чије је познавање омогућило да се овлада електричном струјом без обзира на то што је њена природа у то време била непозната. Извешћемо следећи оглед, који ће нас упознати са дејством електричне струје.

Узмемо једну батерију или како се назива извор електричне енергије, затим једну сијалицу и најзад један стаклени суд са водом у који ставимо неколико капи сумпорне киселине у који потопимо два листа станиола тако да се међусобно не додирују.

Бакарном жицом повежемо набројане елементе преко једног прекидача "Р" како је то приказано на слици 3.3.



Слика 3.3. *Три различита ефекта протицања електричне струје*

Затим узмемо магнетну иглу коју ставимо испод једног проводника тако да игла стоји паралелно са проводником. Обратимо пажњу шта ће се десити ако укључимо прекидач Р.

Видећемо да се влакно сијалице усијати и емитоваће светлост.

Даље ћемо приметити, да ће се магнетна игла померити из свог правца север – југ. Најзад ћемо видети како из суда са течношћу и металним плочицама излазе врло ситни мехурићи. То се издвајају водоник и кисеоник који су саставни делови воде. Чим се прекидач отвори све наведене појаве престају. Шта је узрок у појавама?

Узрок свим овим појавама била је електрична струја и то:

1 - Проводник кроз који тече струја загрева се (термичко дејство)

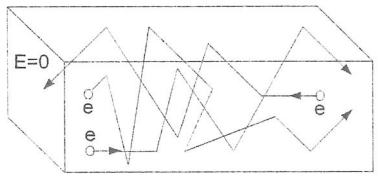
2 - Струја изазива у течним проводницима хемијске процесе (хемијско дејство)

3 - Струја проласком кроз проводник ствара магнетно поље (магнетно дејство)

Из овог огледа јасно се виде три дејства електричне струје; **магнетно**, **топлотно** и **хемијско** дејство. Уколико се јаче испољава деловање електричне струје, утолико је и струја јача. Струја је јача уколико прође већи број електрона кроз попречни пресек једног проводника у јединици времена.

3.4 ПОЈАМ И ЕЛЕМЕНТИ ЕЛЕКТРИЧНОГ КОЛА

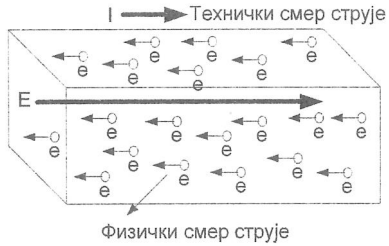
Пре него дефинишемо елементарно електрично коло осврнимо се на то како уопште долази до појаве усмереног кретања електрона у проводнику. Подсетимо се да у проводницима у којима нема електричне струје слободни електрони се крећу хаотично као што је то принципијелно приказано на слици 3.4.



Слика 3.4. *Хаотично кретање слободних електрона у проводнику*

Да би образовали сталну једносмерну струју у проводнику потребно је обезбедити извор једносмерне струје са сталном потенцијалном разликом на његовим прикључним крајевима.

Када се овакав извор прикључи на крајеве проводника потенцијална разлика на крајевима проводног тела формира стално електрично поље у проводнику (**E**). Под дејством овога електричног поља долази до усмереног кретања електрона у проводнику. При томе се усмерени електрони крећу у правцу електричног поља али у супротном смеру. Гледано микроскопски оријентисано кретање електрона је веома сложено, јер је праћено сталним интеракцијама усмерених електрона са атомима проводника и сталним микроскопским кретањима електрона унутар самог атома. Као резултат ових кретања постојаће нека средња статистичка компонента брзине кретања електрона у правцу поља. Ова брзина се манифестује на нивоу посматраног проводника (макроскопски) и назива се средња макроскопска брзина електрона. Сам принцип кретања електрона под дејством електричног поља извора приказан је на слици 3.5.



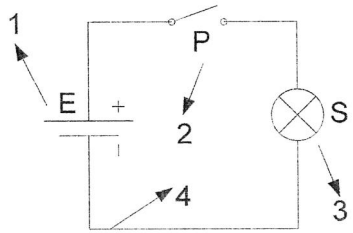
Слика 3.5. *Кретање електрона под дејством електричног поља у металном проводнику.*

Овде је важно нагласити да се уочавају два смера електричне струје. Први смер је **физички** смер а то је стварни смер кретања електрона у проводнику. Други

смер је **технички** и он се усмерава у правцу и смеру електричног поља у проводнику, односно од тачке вишег потенцијала извора поља до тачке нижег потенцијала извора поља у проводнику.
Према томе за усмерено кретање електрона у проводнику неопходно је постојање извора једносмерне струје који ће остварити електрично поље у проводнику, што је предуслов за појаву електричне струје.
Под појмом елементарног (струјног) електричног кола подразумевамо скуп елемената електричног кола који су међусобно повезани у једну целину. Елементи електричног (струјног) кола су:

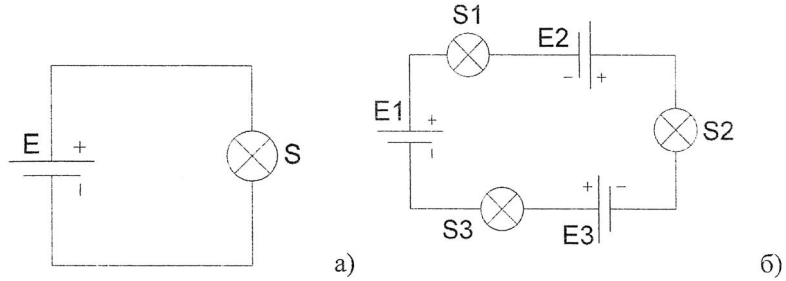
1. извор (генератор) – обезбеђује потенцијалну разлику на својим прикључним крајевима (напон),
2. пријемник (потрошач)– представља део електричног кола у коме се електрична енергија претвара у неки други облик
3. проводници – су делови електричног кола који служе за међусобно повезивање елемената електричног кола и за спровођење електричне струје,
4. прекидач – елемент који служи за укључење и искључење електричног кола.

Према томе елементарно електрично коло се састоји од једног извора, потрошача, пријемника, као и потребног броја проводника за повезивање наведених елемената у технички функционалну целину. На следећој слици је принципијелно приказано елементарно електрично коло са означеним одговарајућим елементима.



Слика 3.6. *Елементарно електрично коло, 1- извор, 2- прекидач, 3-потрошач, 4- проводник*

Важно је нагласити да у аналитичкој теорији електричних кола постоје два посебна термина а то су просто електрично коло и сложено електрично коло. Овде се наглашава да је неопходно правити разлику између термина просто електрично коло и елементарно електрично коло.



Слика 3.7 *Приказ елементарног и простог електричног кола*
а) елементарно електрично коло
б) просто електрично коло

Елементарно електрично коло је специјалан случај простог електричног кола. Као што је наглашено елементарно електрично коло састоји се од једног извора, потрошача и потребног броја проводника који их међусобно повезују у форми једне контуре. За разлику од елементарног електричног кола, просто електрично коло може садржати и више извора и потрошача који су међусобно повезани потребним бројем проводника у форми једне контуре.

3.5 ГУСТИНА И ИНТЕЗИТЕТ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТУЈЕ

Електрична струја, односно усмерено кретање великог броја електричних оптерећења карактерише се помоћу две физичке величине а то су **густина** електричне струје и **интензитет (јачина)** електричне струје.

1. **густина електричне струје** – је векторска величина која описује усмерено кретање електричних оптерећења у некој тачки.
2. **интензитет или јачина електричне струје** – је скаларна величина која описује кретање електричних оптерећења кроз неку макроскопску површ.

Део простора у коме постоји електрична струја назива се **струјно поље**. Густина струје у некој тачки струјног поља дефинише се помоћу следећих величина:

Q – наелектрисање слободног носиоца (може бити позитивно или негативно),
N – број слободних носилаца наелектрисања у елементарној запремини Δv,
v – средња брзина слободних носилаца наелектрисања у посматраној тачки струјног поља услед деловања електричног поља (**E**) у проводнику.

Према томе, густина електричне струје у некој тачки струјног поља се дефинише као производ **QNv**, при чему је уобичајена ознака за густину струје **J**. Дакле

према дефиницији можемо писати аналитички израз за густину електричне струје:

$$\mathbf{J} = \mathrm{N}\mathrm{Q}\mathbf{v} \tag{3.1}$$

По дефиницији струјање позитивних наелектрисаних честица у једном смеру, и струјање таквих истих, али негативних честица у супротном смеру дају исту густину струје. Ова чињеница се лако уочава из следеће једнакости.

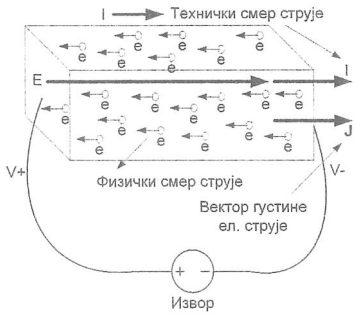
$$\begin{aligned} \mathbf{J}_{-} &= \mathrm{N}(-\mathrm{Q})(-\mathbf{v}) \\ \mathbf{J}_{+} &= +\mathrm{N}\mathrm{Q}\mathbf{v} \\ \mathbf{J}_{-} &= \mathbf{J}_{+} \end{aligned} \tag{3.2}$$

У металним проводницима слободни носиоци наелектрисања су електрони (негативно наелектрисане честице) према томе смер вектора густине струје у металним проводницима је супротан смеру стварног кретања електрона. Односно вектор густине струје се усмерава у правцу и смеру електричног поља у металном проводнику и одговара техничком смеру струје у проводнику. Овај принцип приказан је на слици 3.8.

У неким проводницима постоји више различитих слободних носилаца наелектрисања, као пример могу се навести раствори са више врста позитивних и негативних јона. Тада се вектор густине струје у некој тачки дефинише као векторски збир производа $N_к Q_к v_к$ за поједине слободне носиоце наелектрисања. Односно, аналитички записано:

$$\mathbf{J} = \sum_{k=1}^{n} \mathrm{N}_k \mathrm{Q}_k \mathbf{v}_k \tag{3.3}$$

При чему се претпоставља да постоји n различитих носилаца наелектрисања.



Слика 3.8. *Усмерење вектора густине електричне струје*

Друга веома важна величина која описује особине електричне струје је **јачина** (**интензитет**) електричне струје. Јачина или интензитет електричне струје кроз неку елементарну површиницу ΔS се дефинише као однос промене наелектрисања ΔQ кроз површину ΔS за време Δt и интервала времена Δt. Према томе интензитет електричне струје представља меру брзине пролажења покретних оптерећења кроз елементарну површину ΔS.

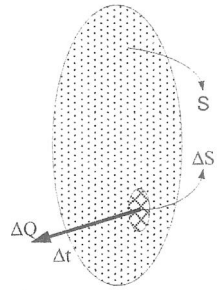
Симбол за означавање интензитета електричне струје је велико латинично слово I.

Аналитички записано, интензитет струје кроз елементарну површину ΔS је:

$$\Delta \mathrm{I}_{\mathrm{kroz}\,\Delta\mathrm{S}} = \frac{\Delta \mathrm{Q}_{\mathrm{kroz}\,\Delta\mathrm{S}\,\mathrm{za}\,\Delta\mathrm{t}}}{\Delta \mathrm{t}} \quad (\text{дефиниција јачине ел. струје кроз површину } \Delta\mathrm{S}) \tag{3.4}$$

Ако се уместо елементарне површине разматра укупна површина проводника S кроз који тече електрична струја тада израз за јачину струје кроз површину проводника S можемо изразити релацијом:

$$\mathrm{I}_{\mathrm{kroz\ S}} = \frac{\Delta \mathrm{Q}_{\mathrm{kroz\,S\,za}\,\Delta\mathrm{t}}}{\Delta \mathrm{t}} \quad (\text{дефиниција јачине ел. струје кроз површину S}) \tag{3.5}$$



Слика 3.9. *Уз дефиницију јачине електричне струје*

Када кроз попречни пресек проводника прође у 1 секунди 1 Кулон, кажемо да је јачина електричне струје 1 Ампер.

Један Ампер је јачина једносмерне струје која при пролазу кроз два паралелна проводника бесконачне дужине занемарљиво малога пресека у вакууму на растојању од 1 метра проузрокује између њих на 1 m дужине силу $2\ 10^{-7}$ N.

Ампер се означава са словом A, а јачина струје са словом I као што је раније наглашено: на пример I=2A

Хиљадити део ампера назива се *милиампер* (mA). Милионити део ампера назива се *микроампер* (μA) .

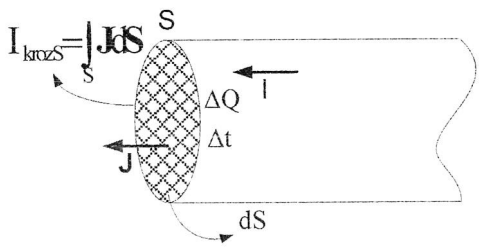
Инструменти за мерење јачине струје називају се амперметри – милиамперметри и микроамперметри. Више речи о мерним инструментима и теорији мерења биће у једном од наредних поглавља.

3.6 ИНТЕГРАЛНИ ОБЛИК ИЗРАЗА ЗА ЈАЧИНУ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ*

Јачину електричне струје која протиче кроз попречни пресек проводника можемо изразити и преко вектора за густину електричне струје **J**. Ако попречни пресек проводника поделимо на низ мањих површина ΔS кроз коју протиче електрична струја густине **J**, тада можемо писати:

$$I_{krozS}=\sum_{S}\mathbf{J}\Delta\mathbf{S} \tag{3.6}$$

Површина Δ**S** је векторска величина чији је интензитет једнак самој површини ΔS а усмерење је дефинисано нормалом **n** на површ ΔS. Односно Δ**S**= ΔS **n**.



Слика 3.10. *Одређивање јачине струје преко вектора густине струје и површине проводника*

Ако се густина струје мења по попречном пресеку проводника односно површи S, до израза за јачину струје у проводнику ћемо доћи ако попречни пресек проводника поделимо на низ елементарних површиница ΔS, чији број тежи бесконачности. При томе уместо ΔS пишемо dS. Елементарна површина dS је и даље векторска величина при чему важи d**S**= dS **n**.

$$I_{krozS}=\sum_{S=1}^{m}\mathbf{J}\Delta\mathbf{S}\Big|_{m\to\infty}$$

$$I_{krozS}=\lim_{dS\to 0}\sum_{k=1}^{\infty}(\mathbf{J}d\mathbf{S})_k=\int_{s}\mathbf{J}d\mathbf{S} \tag{3.7}$$

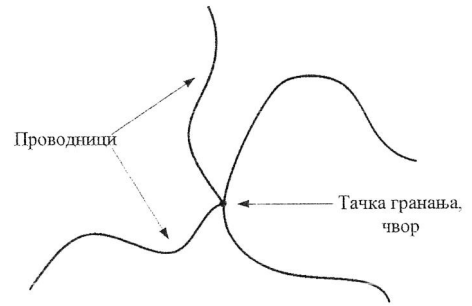
$$I_{krozS}=\int_{s}\mathbf{J}d\mathbf{S}$$

Према томе, интегрални облик израза за јачину струје у проводнику управо је дат следећим изразом, из њега се закључује да је интензитет електричне струје једнак површинском интегралу вектора густине електричне струје по површини посматраног проводника.

$$I_{krozS}=\int_{s}\mathbf{J}d\mathbf{S}\ \text{(интегрални облик израза за јачину електричне струје)} \tag{3.8}$$

3.7 ПРВИ КИРХОФОВ ЗАКОН

У претходном делу дефинисали смо густину и интензитет електричне струје у проводнику. У пракси често постоји потреба за гранањем струјног тока.
Гранање струјног тока се постиже тако што се више проводника повеже у једну тачку.
Тачка у којој се стиче више проводника назива се **чвор** електричног кола. У електричним колима сложенијег типа може бити више чворова у којима се врши гранање електричних проводника.
За тачку у електричном колу кажемо да је чвор ако се у ту тачку стиче више од два проводника. Ако се у неку тачку електричног кола стичу два проводника онда не можемо сматрати ту тачку чвором електричног кола.

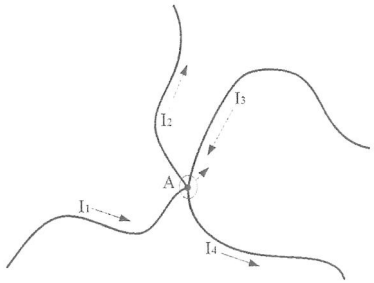


Слика 3.11. *Пример гранања електричних проводника у чвору*

Немачки физичар Кирхоф је уочио експерименталним путем одговарајућу законитост која важи за проводнике са електричном струјом који се стичу у једном чвору. Ту законитост је формулисао на следећи начин: *алгебарски збир струја у чвору електричног кола једнак је нули.* Ова формулација представља 1. Кирхофов закон и односи се на струје у чворовима разгранатог електричног кола. Претходну формулацију можемо исказати на други начин: *збир свих струја које улазе у чвор електричног кола једнака је збиру струја које из чвора излазе.* Аналитички запис 1. Кирхофовог закона је приказан следећом једначином:

$$\pm\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \text{ (први Кирхофов закон)} \qquad (3.9)$$

Да би применили претходни израз неопходно је прво урадити следеће.



Слика 3.12. *Усмерење струја у проводницима за чвор А, и усмерење чвора А*

Установе се смерови струја у појединим проводницима који се стичу у посматрани чвор (чвор А). Затим се изврши **усмерење** чвора А. Усмерење чвора А се ради тако што се чвор заокружи и усмери стрелицом **из** чвора. Усмерење било ког другог чвора врши се на исти начин. Први Кирхофов закон дефинише алгебарски збир струја за неки чвор, то значи да предзнак неке струје може бити позитиван или негативан. Предзнак струје зависи од тога да ли се смер струје у неком проводнику поклапа или не са усмерењем чвора за који се дефинише први Кирхофов закон. За приказани чвор А са слике 3.12. можемо закључити: струја I_1 је супротна усмерењу чвора па има негативан предзнак, струја I_2 је истог усмерења као чвор А па има позитиван предзнак, струја I_3 је супротна усмерењу чвора А па има негативан предзнак и струја I_4 је истог усмерења као чвор А па има позитиван предзнак. На основу претходно дефинисаних предзнака струја за чвор А можемо писати:

$$\pm\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \Rightarrow -I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0 \qquad (3.10)$$

Односно након извршеног прегруписавања струја можемо писати:

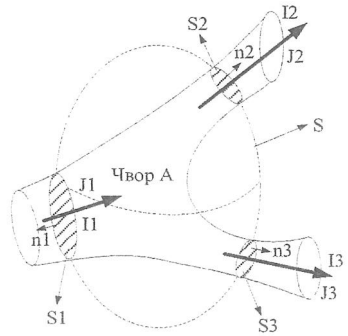
$$-I_1 + I_2 - I_3 + I_4 = 0 \Rightarrow I_2 + I_4 = I_1 + I_3 \qquad (3.11)$$

3.8 ИНТЕГРАЛНИ ОБЛИК ПРВОГ КИРХОФОВОГ ЗАКОНА*

Претходно дефинисан први Кирхофов закон представља макроскопску формулацију. Први Кирхофов закон може се формулисати и у интегралном

облику. Интегрални облик првог Кирхофовог закона представља површински интеграл вектора густине струје кроз затворену површ S.

$$\oint_S \mathbf{J}d\mathbf{S} = 0 \text{ (интегрални облик првог Кирхофовог закона)} \qquad (3.12)$$



Слика 3.13. *Примена интегралног облика на чвор А*

Уважавајући интегрални облик првог Кирхофовог закона можемо закључити: *у случају временски константних струја интензитет електричне струје кроз сваку затворену површ једнак је нули.*

Посматрајмо чвор А са слике 3.13. Чвор А смо обухватили затвореном површи S при чему је усмерење површи из површи S ка спољашњем делу простора. Замишљена површ S пресеца проводнике који се стичу у чвор А, формирајући пресечне површине S_1, S_2, S_3. Кроз ове пресечне површине теку одговарајуће густине струја $\mathbf{J}_1$, $\mathbf{J}_2$, $\mathbf{J}_3$. Применом интегралног облика за чвор А добијамо:

$$\oint_S \mathbf{J}d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow \int_{S1} \mathbf{J}_1 d\mathbf{S} + \int_{S2} \mathbf{J}_2 d\mathbf{S} + \int_{S3} \mathbf{J}_3 d\mathbf{S} = 0 \qquad (3.13)$$

Јасно се види да поједини интеграли у једначини представљају интензитете струја кроз проводнике који се стичу у чвор А. При ослобађању од векторског записа у површинским интегралима мора се водити рачуна о усмерењу нормале на површ и вектора густине струје кроз површ.

$$\int_{S1} \mathbf{J}_1 d\mathbf{S} = \int_{S1} J_1 dS \cos\angle(\mathbf{J}_1, \mathbf{n}_1) = -\int_{S1} J_1 dS = -I_1$$

$$\int_{S2} \mathbf{J}_2 d\mathbf{S} = \int_{S2} J_2 dS \cos\angle(\mathbf{J}_2, \mathbf{n}_2) = \int_{S2} J_2 dS = I_2$$

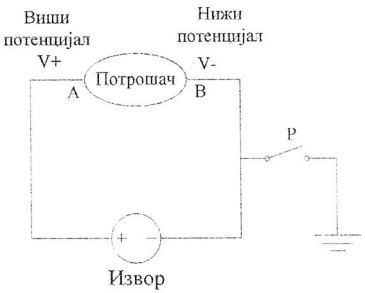
$$\int_{S3} \mathbf{J}_3 d\mathbf{S} = \int_{S3} J_3 dS \cos\angle(\mathbf{J}_3, \mathbf{n}_3) = \int_{S3} J_3 dS = I_3$$

$$\oint_S \mathbf{J}d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow \int_{S1} \mathbf{J}_1 d\mathbf{S} + \int_{S2} \mathbf{J}_2 d\mathbf{S} + \int_{S3} \mathbf{J}_3 d\mathbf{S} = 0 \Rightarrow -I_1 + I_2 + I_3 = 0 \tag{3.14}$$

На овај начин смо потврдили да се применом интегралног облика може доћи до исте релације као и применом макроскопске формулације закона. На овај начин је указано да интегрални облик представља генерализацију алгебарског облика првог Кирхофовог закона.

3.9 РАЗЛИКА ПОТЕНЦИЈАЛА, НАПОН У ЕЛЕКТРИЧНОМ КОЛУ

До сада је било речи о протицању електричне струје кроз проводнике. Раније је наглашено да је електрична струја усмерено кретање оптерећења у проводнику под дејством електричног поља **E** које се формира у проводнику. Електрични извор прикључен у електрично коло формира електрично поље у проводнику. Електрично поље се формира тако што је усмерено кроз проводник од позитивног пола извора ка негативном полу извора.

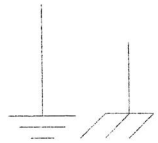


Слика 3.14 *Просто електрично коло, потенцијали, напон*

Ако се подсетимо електростатике видећемо да су тачке у непосредној околини извора електричног поља увек имале већи потенцијал у односу на тачке које се налазе даље од извора поља.
Тачка у електричном колу од које почињу линије вектора **E** назива се тачка вишег потенцијала у електричном колу.
Тачка у којој пониру линије вектора електричног поља назива се тачка нижег потенцијала у електричном колу.
На слици 3.14. приказано је просто електрично коло. Тачка A повезана је на позитиван пол извора (+), зато кажемо да је тачка A на вишем потенцијалу (V+), аналогно тачка B повезана је на негативан пол извора (-) зато кажемо да је тачка B на нижем потенцијалу (V-).
Када је електрични извор прикључен на потрошач као што је приказано на слици 3.14. тада на крајевима потрошача постоји потенцијала разлика.
Разлика потенцијала на крајевима потрошача представља напон U. Аналитички можемо записати:

$$U_{AB} = V_A - V_B [V] \tag{3.15}$$

Јединица за потенцијал у колу једносмерне струје је **волт** (V), такође иста јединица се користи за напон у електричном колу. Напон у колу једносмерне струје означава се словом U, док се потенцијал обично обележава словом V.



Слика 3.15. *Ознаке за уземљење (масу)*

Обично су у пракси неке тачке електричних кола уземљене. Према договору увек подразумевамо да је потенцијал уземљених тачака једнак нули. Па се каже да су тачке које су повезане на масу (уземљене) на нултом потенцијалу. На слици 3.15. приказани су шематски симболи за означавање уземљења (масе).
Ако у једном тренутку затворимо прекидач са слике 3.14. Тада ће аутоматски негативни крај извора, односно, потрошача бити на нултом потенцијалу.
Напон у електричном колу може се мерити посебним инструментима који се зову волтметри. О мерним инструментима ће више речи бити у једном од наредних поглавља.

3.10 СПЕЦИФИЧНА ОТПОРНОСТ И ПРОВОДНОСТ МАТЕРИЈАЛА

У претходном делу смо видели да за одржање усмереног кретања наелектрисања у проводнику мора постојати формирано електрично поље **E**.
Поставља се питање, да ли постоји аналитичка веза између јачине електричног поља и густине струје која се јавља у проводнику?
Одговор на ово питање је потврдан. Наиме, између јачине електричног поља у проводнику и густине струје постоји проста линеарна веза. Истраживања и мерења су показала да између вектора **J** и вектора **E** постоји пропорционална веза преко одговарајућег коефицијента. Аналитички се ова веза може написати у следећем облику:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \tag{3.16}$$

Коефицијент σ (грчко слово *сигма*) је различит за проводнике који су направљени од различитих материјала и назива се **специфична проводност** материјала. Према томе, специфична проводност матерјала је однос вектора густине струје у проводнику и вектора јачине електричног поља у том проводнику који узрокује усмерена кретања слободних наелектрисања.

$$\frac{\mathbf{J}}{\mathbf{E}} = \sigma \text{ (дефиниција специфичне проводности)} \qquad (3.17)$$

Јединица за специфичну проводност је **сименс по метру** (S/m).
У пракси се веома често користи и обрнута веза између вектора **J** и **E**. Ако се постави да је.

$$\frac{1}{\sigma} = \rho \qquad (3.18)$$

Тада важи следећа једнакост,

$$\mathbf{E}=\rho\mathbf{J}. \qquad (3.19)$$

Коефицијент ρ (грчко слово *ро*) представља реципрочну вредност специфичне проводности и назива се **специфична отпорност** материјала. Јединица за специфичну отпорност је **ом-метар** (Ωm).

3.11 СПЕЦИФИЧНА ОТПОРНОСТ МЕТАЛНИХ ПРОВОДНИКА

Метални проводници су најважнија класа проводника, и они се у пракси највише употребљавају. Такви проводници су: бакар, алуминијум, сребро, волфрам итд. У пракси се често користе и различите легуре материјала због својих специфичних особина. За највећи део проводника специфична отпорност и проводност не зависе од јачине електричног поља успостављеног у проводнику. За такве проводнике каже се да су **линеарни**. Посебан случај представља појава изузетно великих интензитета електричног поља у проводницима, али овај случај излази из оквира основног курса предмета па се неће детаљније изучавати. Међутим, специфична отпорност ρ и специфична проводност σ у значајној мери зависе од температуре проводника.
Ако опсег температура није велики специфична отпорност ρ_t на некој температури t (°C) може се приближно изразити преко специфичне отпорности истог проводника τ_0 на температури 0 °C, на следећи начин:

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t) \text{ (важи за мање опсеге температура)} \qquad (3.20)$$

Коефицијент α назива се температурни коефицијент специфичне отпорности, и одређује се експериментално.
У случају већег опсега температура, или у случају тачнијег одређивања специфичне отпорности ρ_t у зависности од промене температуре мора се применити други образац.

$$\rho_t = \rho_0(1+\alpha t+\beta t^2+\gamma t^3) \text{ (важи за веће опсеге температура)} \qquad (3.21)$$

У наредној табели биће дати одговарајући коефицијенти за процену специфичне отпорности материјала и одговарајући температурни опсези важења.

Метал	ρ_0 (Ωm) 10^{-8}	α (1/ °C) 10^{-8}	β (1/ °C^2) 10^{-6}	γ (1/ °C$_3$) 10^{-9}	Опсег температура за који важи формула (°C)
Алуминијум	2.62	4.46	1.8	0.0	-80 до +400
Бакар	1.588	4.27	0.0	0.0	-80 до +400
Цинк	5.64	3.468	1.16	0.0	-80 до +400
Гвожђе	8.53	7.257	9.63	0.0	0 до +600
Волфрам	5.00	5.238	0.7	0.062	-80 до +3300

Табела 3.1 *Коефицијенти за процену специфичне отпорности материјала и одговарајући температурни опсези важења*

3.12 ОТПОРНИЦИ

У претходном делу је уочено да проводни материјали поседују специфичну проводност, односно отпорност. То значи да се сви материјали на одговарајући начин супротстављају протицању електричне струје. Међутим, експерименталним путем може се уочити да се различити материјали различито понашају са аспекта супротстављања протицању електричне струје (проводљивости). Запажено је да поједини материјали имају мањи степен проводљивости електричне струје у односу на друге материјале, односно поједини материјали пружају већи **отпор** протицању електричне струје у односу на друге. Према томе, физичка појава ***отпора*** кретању електрона кроз проводник назива се **електрична отпорност** (електрични отпор, омски отпор, термогени отпор).
Материјали који имају изражен ефекат електричног отпора протицању струје називају се **отпорни материјали**, од којих се израђују посебни елементи електричних кола, односно **отпорници**.
Отпорници су елементи електричних кола који имају повећан степен електричног отпора у односу на друге проводне делове електричног кола.

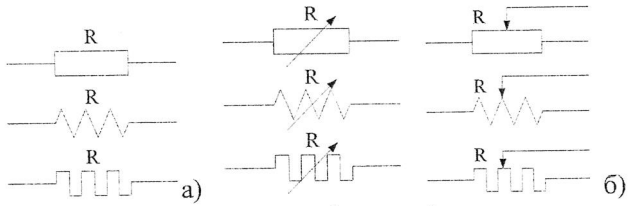


Слика 3.16 *Проводно тело у делу струјног кола – отпорник (општи изглед)*

Отпорник се у електричним шемама представља посебним симболом и означава великим латиничним словом R. Јединица за електрични отпор је 1 **ом** (Ω- велико грчко слово омега).
Отпорници се могу поделити у две основне категорије и то:

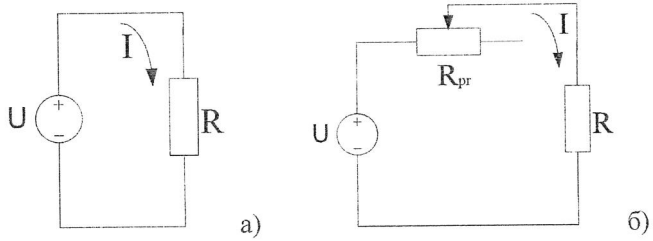
1. **стални отпорници** – ове отпорнике карактерише сам назив, они имају константну вредност електричног отпора, отпорно тело се путем два прикључна проводна извода повезује у електрично коло,
2. **промењиви отпорници** – код ове врсте отпорника вредност отпора се може мењати, њих карактеришу три прикључна проводна извода од којих су два са отпорног тела а трећи извод представља прикључни контакт клизача помоћу кога мењамо електрични отпор у колу.

На следећој слици 3.17. приказани су најчешће коришћени симболи сталних и промењивих отпорника у електричним колима.



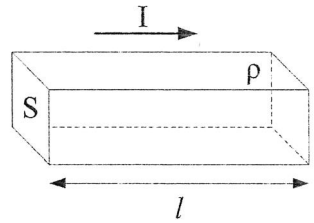
Слика 3.17. *Симболи отпорника најчешће коришћени у електричним шемама*
а) стални отпорник, б) промењиви отпорник

Постоји и друга подела отпорника на **линеарне** и **нелинеарне** отпорнике, при чему ћемо у склопу овога предмета изучавати само понашање **линеарних** отпорника у електричним колима. Понашања нелинеарних отпорника у електричним колима изучава посебна дисциплина у електротехници која се назива *Теорија електричних кола.*
Да би кроз отпорник текла електрична струја неопходно је отпорник повезати са оба прикључна краја у електрично коло. Основни принцип повезивања отпорника са извором напајања приказано је на слици 3.18. а).



Слика 3.18. *Повезивање отпорника у електрично коло*
а) повезивање отпорника са извором напајања
b) повезивање сталног и промењивог отпорника у електрично коло

На слици 3.18. б) приказано је повезивање промењивог отпорника у електрично коло. При томе се уочава да је промењиви отпорник везан у електрично коло преко два прикључна места. Једно место представља извод са самог отпорног тела док је друго место извод клизача промењивог отпорника. Треће прикључно место (други извод са отпорног тела) остао је неповезан. На овај начин је омогућена промена струје у електричном колу променом положаја клизача промењивог отпорника R_{pr} од неке минималне до максималне вредности. Детаљнија анализа оваквих и сличних простих електричних кола биће изложена у наставку поглавља.



Слика 3.19. *Прави хомогени проводник специфичне отпорности ρ*

Посматрајмо прави проводник дужине *l*, правоугаоног попречног пресека S и специфичне отпорности ρ са слике 3.19. Иако је познато да је основни параметар сваког отпорника његова унутрашња отпорност R, поставља се питање да ли се ова отпорност може одредити преко конструктивних параметара отпорника као што су: дужина проводника *l*, попречни пресек S, специфични отпор ρ и сл. Одговор на ово питање је потврдан. Вредност отпора неког проводника може се одредити на следећи начин:

$$R = \rho \cdot \frac{l}{S} \qquad (3.22)$$

Претходни израз показује једну веома важну чињеницу, да отпорност проводника не зависи од струје која тече кроз њега већ од конструктивних величина и материјала од кога је направљен.
Израз (3.22) има веома велику практичну примену. Једна од практичних примена јесте одређивање потребне дужине проводне жице од бакра пресека S и специфичног отпора ρ_{Cu}, ако је неопходно да њен отпор износи нпр. 10Ω. Применом израза (3.22) неопходно је изразити непознату дужину проводника и извршити прорачун.

$$\frac{R \cdot S}{\rho_{Cu}} = l \qquad (3.23)$$

Често се уместо отпорности R за описивање отпорника користи реципрочна вредност отпорности 1/R. Реципрочна вредност електричне отпорности је

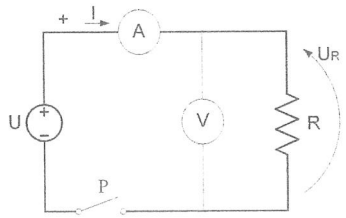
посебна електрична величина и назива се **електрична проводност** отпорника и обележава се словом G. Електрична отпорност и проводност отпорника су међусобно обрнуто пропорционалне величине и могу се описати следећом релацијом.

$$G = \frac{1}{R} \qquad (3.24)$$

Према претходној релацији можемо закључити да је јединица за проводност 1/Ω, односно A/V. Због важности појма електричне проводности и веома честе практичне примене ова јединица је добила посебно име, **сименс** (сиеменс) и означава се са S. Ако се осврнемо на дефиницију специфичне проводности сада је јасно зашто она има јединицу сименс по метру S/m.
Отпорници су пасивни елементи и они су у електричним колима искључиво пријемници (потрошачи). Примена отпорника у пракси је веома велика. Не постоји област или дисциплина у електротехници где се са практичног аспекта не користе отпорници у одређене сврхе.

3.13 ОМОВ ЗАКОН

Омов закон представља један од фундаменталних закона електрокинематике и електротехнике, уопште. Важност Омовог закона је изузетно велика јер су се његовом формулацијом по први пут у једну целину повезале три основне електричне величине: електрични напон, јачина електричне струје и електрични отпор. Значи, Омов закон успоставља релацију између напона, струје и отпора на неком елементу у електричном колу.
Овај закон је универзалан и важи како за део струјног кола тако и за цело струјно коло, о чему ће речи бити нешто касније у тексту. За његову формулацију заслужан је немачки физичар Георг Симон Ом у чију част и носи име. Да би сликовитије приближили суштину Омовог закона извешћемо један теоријски експеримент. Посматрајмо једно просто електрично коло које се састоји од извора једносмерног напона U, потрошача отпорности R, прекидача за укључење и искључење електричног кола проводника и инструмената за мерење напона и струје (волтметар и амперметар, респективно). Принципијелна шема огледа приказана је на следећој слици 3.20.

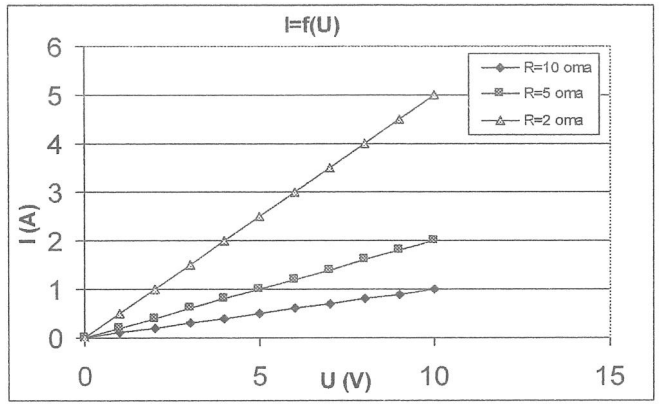


Слика 3.20. *Електрично коло за извођење огледа – Омов закон*

Оглед се изводи тако што на располагању имамо три различита отпорника R_1, R_2, R_3. У електрично коло се повеже прво отпорник R_1. Затим се напон постепено повећава од 0V до 10V у корацима од 1V, а измерена струја бележи у табелу. Поступак се понавља за отпорник R_2 и R_3. Након завршеног огледа графичком методом се приказу резултати мерења као што је приказано на слици 3.21.

U(V)	R1 (Ω)	I1 (A)	R2 (Ω)	I1 (A)	R3 (Ω)	I1 (A)
0	10	0	5	0	2	0
1	10	0.1	5	0.2	2	0.5
2	10	0.2	5	0.4	2	1
3	10	0.3	5	0.6	2	1.5
4	10	0.4	5	0.8	2	2
5	10	0.5	5	1	2	2.5
6	10	0.6	5	1.2	2	3
7	10	0.7	5	1.4	2	3.5
8	10	0.8	5	1.6	2	4
9	10	0.9	5	1.8	2	4.5
10	10	1	5	2	2	5

Табела 3.2 *Вредности на основу извршеног огледа – Омов закон*



Слика 3.21 *Дијаграми I=f(U), за различите вредности отпора R – Омов закон*

На основу табеларних и графичких резултата извешћемо одговарајуће закључке који ће помоћу при аналитичкој формулацији Омовог закона.

1. са дијаграма на слици 3.21. уочава се да струја сразмерно расте са порастом напона у електричном колу, односно између напона и струје постоји директна пропорција.

2. ако се обрати пажња на табеларне резултате уочава се веза између отпора и струје, односно, са смањењем отпора струја се повећава у електричном колу и обрнуто.

Претходна два закључка директно утичу на формулацију Омовог закона, односно аналитичка рекапитулација закључака је:

$$I \sim U,\ I \sim \frac{1}{R} \tag{3.25}$$

Према томе може се рећи да је струја у електричном колу директно сразмерна напону а обрнуто сразмерна отпору, што аналитични можемо написати у следећем облику:

$$I = \frac{U}{R}\ \text{(формулација Омовог закона)} \tag{3.26}$$

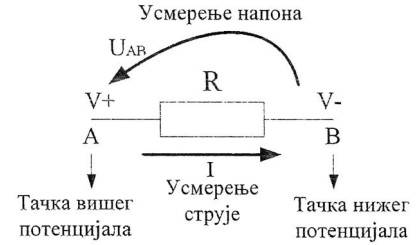
Лако је уочити да из претходне једнакости могу произаћи још две потпуно равноправне формулације Омовог закона.

$$R = \frac{U}{I},\ \text{i}\ U = R \cdot I \tag{3.27}$$

Омов закон у електричним колима може се применити на део струјног кола (неки елемент, потрошач, отпорник) и на цело струјно коло. Приликом писања једначина по Омовом закону веома је важно придржавати се референтних смерова напона и струја. У супротном аналитички запис може бити нетачан. Зато ћемо навести основна правила о усаглашености смерова напона и струје на неком елементу.

1. Усмерење напона на неком елементу представља се стрелицом при чему се стрелица усмерава од тачке нижег потенцијала према тачки вишег потенцијала (референтни смер напона),
2. струја на неком елементу увек тече од тачке вишег потенцијала према тачки нижег потенцијала, према томе технички смер струје означава се стрелицом од тачке вишег потенцијала према тачки нижег потенцијала (референтни смер струје).

Наведени принципи илустративно су приказани на следећој слици.

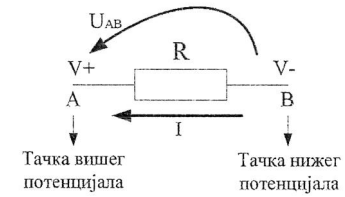


Слика 3.22. *Референтни смерови напона и струје отпорника*

За усвојене референтне смерове напона и струје можемо писати следећу релацију:

$$+U = R \cdot (+I) \Rightarrow U = RI \Rightarrow U_{AB} = RI \tag{3.28}$$

У случају да усмерење напона није усаглашено са усмерењем струје и обрнуто, као што је приказано на слици 3.23. Не усаглашеност се осликава у једначини по Омовом закону.

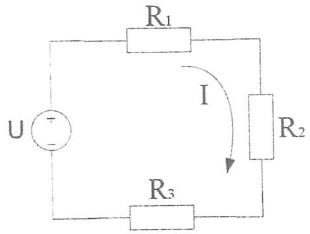


Слика 3.23 *Пример неусаглашености усмерења напона и струје*

За пример неусаглашености смерова напона и струје једначину по Омовом закону можемо писати на следећи начин.

$$U = R \cdot (-I) \Rightarrow U = -RI \Rightarrow U_{AB} = -RI \tag{3.29}$$

Струја у претходној једначини има негативан предзнак јер је супротног смера од референтног техничког смера струје који би текао ако би се уважило правило да струја тече од тачке вишег ка тачки нижег потенцијала.
Ако електрични генератор (извор) напаја просто електрично коло са више потрошача као што је приказано на слици 3.24. тада можемо формулисати Омов закон за цело струјно коло.



Слика 3.24 *Просто електрично коло, примена Омовог закона*

До струје I у простом електричном колу се долази на основу Омовог закона за цело електрично коло.

$$I = \frac{U}{\sum R} \tag{3.30}$$

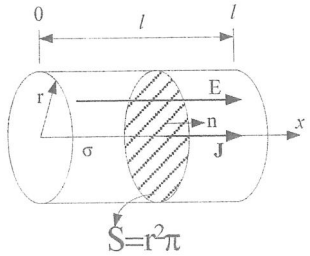
При чему је: I-интензитет непознате струје у простом електричном колу, U-напон извора, $\sum R = R_1 + R_2 + R_3$ - сума свих отпорника који су повезани у просто електрично коло. На основу претходног можемо писати,

$$I = \frac{U}{\sum R} = \frac{U}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{3.31}$$

3.14 ИЗВОЂЕЊЕ ИЗРАЗА ЗА ОТПОРНОСТ ПРОВОДНИКА R*

Посматрајмо прав проводник коначне дужине l и кружног попречног пресека S са слике 3.25. Проводник је направљен од метала специфичне проводности σ. Неопходно је аналитички извести израз за електричну отпорност проводника као што је наведено у изразу (3.22).
Пођимо од израза за интензитет електричне струје дефинисан изразом (3.32).

$$I_{krozS} = \int_s \mathbf{J}d\mathbf{S} \tag{3.32}$$



Слика 3.25. *Одређивање електричног отпора правилног проводника*

$$I = \int_S \mathbf{J}d\mathbf{S} = \int_S JdS\cos\angle(\mathbf{J},\mathbf{n}) = \left|\begin{matrix}\angle(\mathbf{J},\mathbf{n}) = 0 \\ \cos\angle(\mathbf{J},\mathbf{n}) = 1\end{matrix}\right| = \int_S JdS =$$

$$= J\int_S dS = \left|\int_S dS = S\right| = JS$$

$$I = JS \Rightarrow J = \frac{I}{S} \tag{3.33}$$

Уважавајући везу између вектора јачине електричног поља у проводнику и вектора густине струје у проводнику, можемо писати:

$$E = \frac{J}{\sigma} \Rightarrow E = \frac{\frac{I}{S}}{\sigma} = \frac{I}{\sigma S} \tag{3.34}$$

Применом интеграла за напон, добијамо:

$$U = \int_1 \mathbf{E}d\mathbf{l} = \int_0^1 Edl\cos\angle(\mathbf{E},d\mathbf{l}) = \left|\begin{matrix}\angle(\mathbf{E},d\mathbf{l}) = 0^0 \\ \cos\angle(\mathbf{E},d\mathbf{l}) = 1\end{matrix}\right| =$$

$$U = \int_0^1 Edl = \int_0^1 \frac{I}{\sigma S}dl = \frac{I}{\sigma S}\int_0^1 dl = \frac{I}{\sigma S}\cdot l\Big|_0^1 = \frac{I}{\sigma S}l \tag{3.35}$$

Према томе, израз за напон за прав проводник кружног попречног пресека износи:

$$U = \frac{I}{\sigma S}l \Rightarrow \frac{U}{I} = \frac{l}{\sigma S},\ \frac{1}{\sigma} = \rho \tag{3.36}$$

У електричном колу однос напона и струје на проводнику дефинише једну од најважнијих величина у електротехници а то је електрични отпор (Омов закон). Уважавајући дефиницију отпора можемо написати:

$$\frac{U}{I} = \frac{l}{\sigma S},\ \frac{1}{\sigma} = \rho \Rightarrow \frac{U}{I} = \rho\underbrace{\frac{l}{S}}_{R} \Rightarrow \frac{U}{I} = R,\ R = \rho\frac{l}{S} \tag{3.37}$$

На овај начин је завршен поступак извођења израза за отпор проводника.

3.15 ВЕЗИВАЊЕ ОТПОРНИКА, ОДРЕЂИВАЊЕ ЕКВИВАЛЕНТНЕ ОТПОРНОСТИ

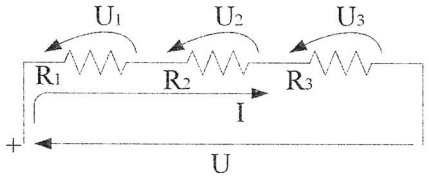
Отпорници су елементи у колу електричне струје направљени од високоотпорног материјала а користе се за различите сврхе. О отпорницима као елементима било је више речи у једној од претходних целина. Праве се најчешће тако што се отпорна жица густо намота на изолационом цилиндру од керамике. Отпорници се у пракси могу везати у групе, при томе разликујемо три основна начина везивања отпорника:

1. редна веза отпорника
2. паралелна веза отпорника
3. мешовита веза отпорника

Приликом анализе начина везивања отпорника нећемо узимати у обзир унутрашњи отпор проводника за повезивање отпорника јер је он занемарљиво мали у односу на отпоре отпорника.

1. Редна веза отпорника

Редна веза отпорника формира се тако што се крај једног отпорника веже на почетак другог отпорника и тако сукцесивно у зависности од тога колико отпорних елемената има у редној вези.
Важно је нагласити да се код редне везе отпорника уочава да тече иста струја кроз све отпорнике R_1, R_2, R_3, односно $I_1=I_2=I_3=I$. Редна веза је приказана на слици 3.26.



Слика 3.26. *Редна веза отпорника*

Укупан напон редне везе једнак је збиру напона на појединим елементима (отпорницима).

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \tag{3.38}$$

Имајући у виду Омов закон напоне на појединим отпорницима можемо изразити преко струје и одговарајућег отпора отпорника:

$$U_1 = R_1 I,\ U_2 = R_2 I,\ U_3 = R_3 I \tag{3.39}$$

Заменом израза за напоне на појединим отпорима у израз (3.38) добијамо:

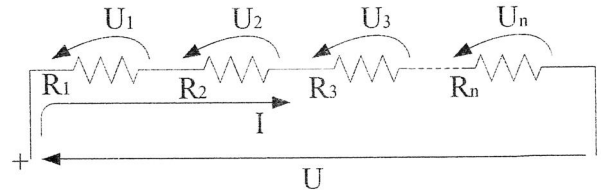
$$U = U_1 + U_2 + U_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = I(R_1 + R_2 + R_3) \tag{3.40}$$

Сређивањем претходног израза тако што се одреди однос укупног напона редне везе и струје редне везе, долазимо до израза за еквивалентну отпорност редне везе отпорника:

$$\frac{U}{I} = (R_1 + R_2 + R_3) = R_e \Rightarrow R_e = R_1 + R_2 + R_3 \tag{3.41}$$

Ако у неком електричном колу имамо n редно везаних отпорника тада се до израза за еквивалентну отпорност редне везе долази збиром отпора свих n везаних отпорника, односно:

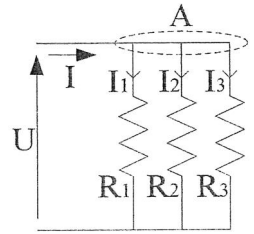
$$R_e = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots + R_n \tag{3.42}$$



Слика 3.27. *Редна веза n отпорника*

2. Паралелна веза отпорника

Паралелна веза отпорника се формира тако што се почеци свих отпорника везују у једну тачку електричног кола а крајеви у другу тачку електричног кола. При томе је напон на паралелној вези свих отпорника исти, $U_1=U_2=U_3=U$.
Шематски приказ паралелне везе дат је на слици 3.28.



Слика 3.28. *Паралелна веза отпорника*

Применом првог Кирхофовог закона за чвор А могуће је одредити укупну струју извора. Укупна струја извора I одређује се као збир појединих струја паралелно везаних отпорника $I=I_1+I_2+I_3$.
Имајући у виду да се струја сваког отпорника по Омовом закону може изразити преко напона отпорника и одговарајућег отпора отпорника, можемо писати.

$$I = I_1 + I_2 + I_3 = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2} + \frac{U}{R_3} \tag{3.43}$$

За претходни израз види се да је напон паралелне везе заједничка величина тако да ће бити извучен испред заграде.

$$I = U\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) / U \Rightarrow \frac{I}{U} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.44}$$

Полазећи од Омовог закона можемо доћи до аналитичког израза за одређивање еквивалентне отпорности три паралелно везана отпорника.

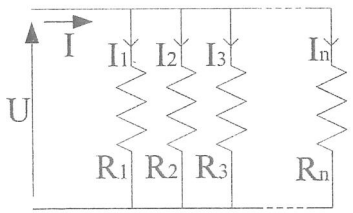
$$R = \frac{U}{I} \Rightarrow \frac{I}{U} = \frac{1}{R} \tag{3.45}$$

Применом претходне једнакости долази се до израза за еквивалентну отпорност три паралелно везана отпорника.

$$\frac{I}{U} = \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \Rightarrow \frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \tag{3.46}$$

Ако постоји n паралелно везаних отпорника одговарајућих отпорности тада се до еквивалентне вредности отпора долази на сличан начин применом следећег израза.

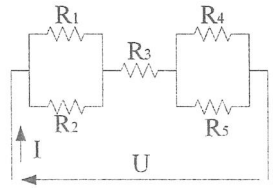
$$\frac{1}{R_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \cdots + \frac{1}{R_n} \tag{3.47}$$



Слика 3.29 *Паралелна веза n отпорника*

3. Мешовита веза отпорника

Мешовита веза отпорника представља комбинацију редне и паралелне везе отпорника. Одређивање еквивалентне отпорности мешовите везе врши се постепеном трансконфигурацијом паралелно и редно везаних елемената у мешовитој вези. Као пример наводи се мешовита веза отпорника приказана на слици 3.30.



Слика 3.30. *Мешовита веза отпорника*

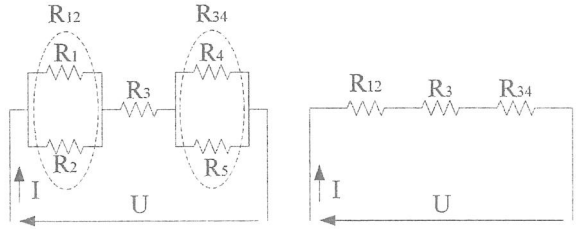
Са слике 3.30. се уочава да су отпорници R_1 и R_2 међусобно паралелно везани, као и отпорници R_4 и R_5. Те две паралелне везе су у редној вези са отпорником R_3.
Да би одредили еквивалентну отпорност прво ћемо одредити еквивалентне отпоре паралелних веза.

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \tag{3.48}$$

Аналогно томе одреди се отпор паралелне везе четвртог и петог отпорника,

$$\frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \Rightarrow R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} \tag{3.49}$$

Након прорачуна еквивалентних отпора паралелних веза мешовита веза се може представити преко следећих еквивалентних отпора.



Слика 3.31. *Трансконфигурација мешовите везе отпорника*

На крају се уочава да је преостала редна веза отпора R_{12}, R_3 и R_{45} да би се одредила еквивалентна отпорност мешовите везе, тако да до еквивалентног отпора долазимо применом израза за одређивање отпора редно везаних отпорника.

$$R_e = R_{12} + R_3 + R_{45} \tag{3.50}$$

3.16 ЏУЛОВ ЗАКОН

Електрони се под утицајем сила електричног поља усмерено крећу према супротно наелектрисаном крају металног проводника. Приликом судара са атомима кристалне решетке електрони им предају своју кинетичку енергију, тако да долази до повећања вибрација кристалне решетке и ослобађања топлотне енергије у проводнику.
Енглески физичар Џул (James Prescott Joule, 1818-1889) је 1841. године експерименталним путем дошао до закона о претварању електричне енергије у топлоту. Установио је да ослобођена топлота у неком отпорнику R кроз који тече стална једносмерна струја I у неком временском интервалу t, сразмерна је производу отпора, квадрата струје и времену протицања струје. Овај закон о претварању електричне енергије у топлоту носи назив Џулов закон,

$$W_J = RI^2t \tag{3.51}$$

До претходног израза може се доћи применом закона о одржању електричне енергије на проводник (отпорник R) у коме се сва електрична енергија јер рад електричних сила у отпорнику R приликом усмереног кретања електрона једнак је производу напона на крајевима отпорника R и протекле количине електрицитета Q, тако да можемо писати:

$$A = UQ = UIt = RI^2t = W_J \tag{3.52}$$

Јединица за рад и енергију је Џул 1J=1Ws=1BAs. У пракси се због једноставности користе веће јединице, на пример: $1kWh = 3.6 \cdot 10^6 J$.
Пошто је процес претварања електричне енергије у топлоту по претпоставци константан јер проводником тече временски константна струја, снага те трансформације, односно брзина претварања електричне енергије у топлоту је:

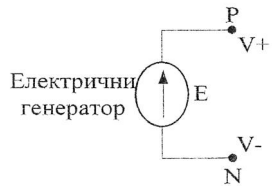
$$P = \frac{A}{t} = UI = RI^2 = \frac{U^2}{R} \tag{3.53}$$

Претходним изразима је могуће одредити снагу пријемника (отпорника R). Јединица за електричну снагу је **ват** (1W). У зависности од вредности снага у

електричном колу често се у пракси користе помоћне јединице као што су: 1mW, 1kW, 1MW и веће.

3.17 ЕЛЕКТРИЧНИ ГЕНЕРАТОРИ

Електрични генератори представљају један од основних елемената електричних кола. У уводном делу електрокинетике нагласили смо да усмерено кретања наелектрисања у проводнику изазива електрично поље. Електрично поље у проводнику се јавља ако је проводник својим крајевима прикључен на електрични извор. Електрични извор на својим прикључним крајевима ствара потенцијалну разлику.
У пракси постоје различите врсте електричних генератора (извора) и они се разликују према врсти енергије коју користе за добијање електричне енергије.
Зато можемо овде направити поделу основних врста електричних генератора, а то су: електромеханички генератори, хемијски генератори, електронски генератори (извори).
Без обзира на ком принципу раде електрични генератори увек поседују стрну силу која изазива раздвајање наелектрисања на његовим крајевима и потенцијалну разлику.
Са тачке гледишта примене електричних генератора и анализе електричних мрежа у које су ти генератори прикључени није важна природа страних сила које у њима делују на електрична оптерећења. Важно је само понашање тих генератора у односу на своје спољашње прикључке са којима се повезује у остатак електричног кола.



Слика 3.32. *Шематски приказ електричног генератора*

У том смислу електрични генератори се описују са две основне величине које су неопходне за макроскопску анализу рада електричних кола. На слици 3.32. приказан је шематски приказ електричног генератора. Две основне величине које описују карактеристике електричног генератора су: **електромоторна слила** генератора (E) и **унутрашња отпорност** генератора (R_g).

Електромоторна сила је по дефиницији *једнака количнику рада који изврше стране силе у генератору при преношењу кроз генератор наелектрисања ΔQ са негативне на позитивну електроду и тог наелектрисања ΔQ.* Односно, аналитички записано:

$$E = \frac{A_{\text{за}\Delta Q}}{\Delta Q} = \frac{\left[\begin{array}{l}\text{рад страних сила при преношењу наелектриса}\\ \Delta Q \text{ са негативне на позитивну електроду генератора}\end{array}\right]}{\Delta Q} \qquad (3.54)$$

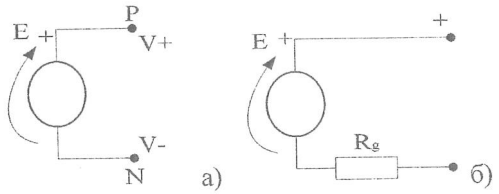
Усвојени симбол (ознака) за временски константну електромоторну силу (скраћено *емс*) је E. Јединица је **волт** [V].
На слици 3.32. приказан је отворен (неоптерећен) генератор. У свим тачкама отвореног генератора важи следећа једнакост.

$$\mathbf{E} + \mathbf{E}_{str} = 0 \qquad (3.55)$$

Ако електромоторну силу генератора представимо путем интегралног обрасца тада можемо писати:

$$E = \int_N^P \mathbf{E}_{str} d\mathbf{l} = \left| \begin{array}{l} \mathbf{E} + \mathbf{E}_{str} = 0 \\ \mathbf{E}_{str} = -\mathbf{E} \end{array} \right| = -\int_N^P \mathbf{E} d\mathbf{l} = \int_P^N \mathbf{E} d\mathbf{l} = V_P - V_N \qquad (3.56)$$

На основу претходне релације изводи се веома важан закључак, електромоторна сила неоптерећеног генератора једнака потенцијалној разлици на његовим крајевима, односно, напону неоптерећеног генератора. Електромоторна сила је скаларна величина и нема смер, ову величину карактерише само интензитет. Ипак, у пракси се уводи појам оријентације електромоторне силе, при чему се она оријентише у смеру деловања страних сила. То значи да је усмерење од негативне ка позитивној електроди електричног генератора. На слици 3.33. а) приказан је принцип оријентације електромоторне силе генератора.



Слика 3.33. *Електрични генератор,*
а) усмерење електромоторне силе генератора
б) представљање унутрашњег отпора генератора

Након дефинисања електромоторне силе генератора могуће је одредити **снагу генератора**. Ако се електрични генератор повеже у електрично коло, кроз њега ће тећи струја одговарајућег интензитета. Производ струје која тече кроз

генератор и електромоторне силе генератора представља снагу генератора, што аналитички можемо записати применом следећег обрасца,

$$P_g = E \cdot I_{(\text{снага генератора})} \qquad (3.57)$$

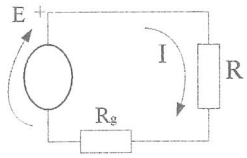
Друга веома важна величина која карактерише понашање генератора у електричном колу јесте његова унутрашња отпорност R_g. Код реалних генератора приликом протицања електричне струје кроз генератор један део електричне енергије се бесповратно губи претварајући се у топлоту. Овај ефекат се јавља јер за разлику од идеалних генератора, реални генератори имају унутрашњу отпорност R_g. Губици који се у генератору претварају у топлоту на унутрашњем отпору генератора називају се још и Џулови губици генератора. Ови губици се аналитички могу одредити применом обрасца:

$$P_{J\text{ у генератору}} = R_g \cdot I^2 \qquad (3.58)$$

У пракси се унутрашња отпорност генератора тешко може израчунати аналитички. За такав прорачун потребно је познавати тачно, расподелу струје у генератору као и тачну вредност специфичне отпорности проводног пута у генератору у тим тачкама. Из практичних разлога у највећем броју случајева то није могуће поуздано одредити.
Међутим, до вредности електромоторне силе могуће је доћи експерименталним путем одговарајућим мерним поступком.

3.18 ОДРЕЂИВАЊЕ КАРАКТЕРИСТИЧНИХ ВЕЛИЧИНА ГЕНЕРАТОРА*

Посматрајмо електрични генератор приказан на слици 3.34. Генератор електромоторне силе E и унутрашње отпорности R_g прикључен је на потрошач отпорности R. Да се подсетимо, електрично коло приказано на слици је просто електрично коло.



Слика 3.34. *Електрични генератор оптерећен отпорником R*

Струју у простом електричном колу можемо одредити применом Омовог закона за цело електрично коло, при чему се наглашава да је неопходно уважити унутрашњу отпорност генератора.

$$I = \frac{E}{\sum R} = \frac{E}{R_g + R} \tag{3.59}$$

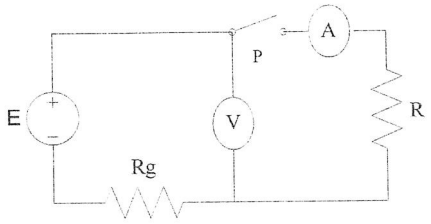
Из претходне једначине може се доћи до веома важног параметра генератора а то је струја кратког споја. Струја кратког споја представља струју генератора када се оптерећење генератора одвоји а крајеви генератора кратко споје.
Важно је уочити да при наведеном процесу струју кратког споја генератора ограничава само унутрашња отпорност генератора R_g.

$$I = \frac{E}{R_g + R} = \left| R_g = 0 \right| \Rightarrow I_{ks} = \frac{E}{R_g} \text{ (струја кратког споја)} \tag{3.60}$$

Такође се може одредити и унутрашња отпорност генератора применом израза за струју кратког споја. Имајући у виду да је електромоторна сила генератора једнака напону неоптерећеног генератора (напон празног хода) до вредности унутрашњег отпора генератора можемо доћи применом следећег обрасца.

$$R_g = \frac{E}{I_{ks}} = \left| U_0 = E \right| \Rightarrow R_g = \frac{U_0 (\text{напонпразногхода})}{I_{ks} (\text{струја кратког споја})} \text{ (унутрашњи отпор генератора)} \tag{3.61}$$

Тумачењем претходног израза неопходно је одредити две релевантне величине. Прва величина је електромоторна сила која је једнака напону неоптерећеног генератора и ову величину је једноставно измерити (одредити). Друга величина је струја кратког споја, са практичне стране постоји проблем довољно дугог остваривања струје кратког споја а да мерење те величине буде поуздано и да не оштети сам електрични генератор.
Из тог разлога одређивање унутрашњег отпора генератора се може одредити другим експерименталним поступком који је много безбеднији са аспекта мерења одговарајућих величина потребних за одређивање отпора генератора. Испитна шема приказана је на следећој слици 3.35.



Слика 3.35. *Одређивање унутрашње отпорности генератора*

За извођење огледа на слици 3.35 неопходно је добро познавати вредност отпора оптерећења R, и инструменте што бољих карактеристика. Овде ћемо

једноставности ради претпоставити да су мерни инструменти идеални односно да немају унутрашњу потрошњу.
Поступак се изводи тако што се прекидач отвори и укључи електрични генератор. У овом случају волтметар показује напон празног хода (неоптерећен генератор) који је једнак електромоторној сили E. Струјно коло отпорника R је одвојено па је струја кроз амперметар једнака нули.
Када се прекидач затвори образује се струјни ток у простом електричном колу преко потрошача R. У овом случају волтметар мери напон на отпорнику а амперметар мери струју отпорника R.
Напишимо сада једначину по Омовом закону за цело струјно коло.

$$I = \frac{E}{R_g + R} \tag{3.62}$$

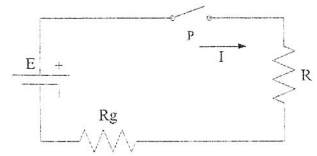
При чему је: $U_V = E_{\text{за отворен прекидач}}$, $I_A = I_{\text{за затворен прекидач}}$, применом претходног израза добијамо:

$$I = \frac{E}{R_g + R} \Rightarrow I \cdot (R_g + R) = E \Rightarrow IR_g + IR = E \Rightarrow R_g = \frac{E - IR}{I} \tag{3.63}$$

Ако се електромоторна сила и струја изразе преко показивања амперметра и волтметра добијамо:

$$R_g = \frac{U_V - I_A R}{I_A} \tag{3.64}$$

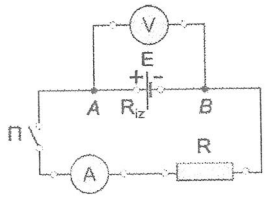
Пример:
Мерењем је утврђено да је емс једног оловног акумулатора E=2,08V. Ако се за акумулатор веже отпорник R=0,5Ω, измерена вредност јачине струје кроз коло је I=4,02A. Одреди унутрашњу отпорност акумулатора.



$$R_g = \frac{E - IR}{I} = \frac{2.08 - 0.54.02}{4.02} = 0.00174\Omega$$

3.19 РЕЖИМИ РАДА ЕЛЕКТРИЧНИХ ГЕНЕРАТОРА

Ако посматрамо електрично коло приказано на слици 3.36. можемо закључити следеће:



Slika 3.36.

а) Ако је прекидач P у електричном колу отворен, кажемо да је извор струје у празном ходу. Тада је отпор бесконачан, струја не тече, пад напона у самом извору не постоји, а напон на крајевима извора који показује волтметар је једнак електромоторној сили извора.

б) Ако је прекидач P затворен, зависно од вредности електричног отпора кроз коло ће тећи струја одређене јачине. Такво стање се назива **радни режим** или **режим оптерећења**.

Уколико је отпор у спољашњем колу већи, струја коју даје извор је мања и обрнуто. Вредност струје коју даје извор одређује оптерећеност извора. Уколико је струја у колу већа, утолико је више оптерећен извор електричне струје и обрнуто.

При одређеном оптерећењу, односно при одређеној струји (I) у колу, напон (U) на крајевима извора је

$$U = E - R_{iz} \cdot I \tag{3.65}$$

а струја која тече у колу је:

$$I = \frac{E}{R + R_{iz}} \tag{3.66}$$

Односно,

$$I = \frac{U}{R} \tag{3.67}$$

ц) Ако се у затвореном електричном колу (слика 3.36), тачке A и B повежу проводником занемарљиве вредности отпора, настаје **режим кратког споја**.

Кратки спој је, значи, стање када је у спољашњем колу електрични отпор једнак **нули**. Напон на крајевима извора је тада једнак:

$$U = R \cdot I = 0 \tag{3.68}$$

јер је R = 0, а струја коју извор даје при кратком споју има највећу вредност коју извор може дати, I_{ks}

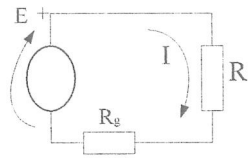
$$I_{ks} = \frac{E}{R_{iz}} \tag{3.69}$$

3.20 УСЛОВ ПРИЛАГОЂЕЊА ПО СНАЗИ ЕЛЕКТРИЧНОГ ГЕНЕРАТОРА*

Посматрајмо електрично коло са слике 3.37. Повезивањем потрошача R на генератор електромоторне силе E и унутрашње отпорности R_g затвара се струјно коло и тече електрична струја одговарајућег интензитета I. У претходном делу поглавља видели смо како можемо одредити снагу генератора. Један део произведене снаге генератора EI троши се на унутрашњем отпору генератора R_g а други део на потрошачу отпорности R.

Поставља се питање да ли се избором вредности отпора пријемника (потрошача) може обезбедити да генератор предаје пријемнику максималну снагу.

Одговор на ово питање је потврдан. Наиме, могуће је извршити избор потрошача тако да генератор предаје максималну снагу потрошачу, услов који је неопходно испунити назива се **услов прилагођења по снази** и овде ћемо га поступно извести.



Слика 3.37. *Избор отпорника R по услову прилагођења по снази*

Полазећи од Омовог закона, одредићемо интензитет електричне струје у приказаном електричном колу.

$$I = \frac{E}{R_g + R} \tag{3.70}$$

Снага која се предаје отпорнику према Џуловом закону може се одредити применом следећих образаца:

$$P = UI,\ P = RI^2,\ P = \frac{U^2}{R} \tag{3.71}$$

За одређивање услова за прилагођење по снази користићемо израз за снагу Џулових губитака:

$$P = RI^2 \tag{3.72}$$

Комбинујући израз за струју по Омовом закону и снагу Џулових губитака добијамо израз:

$$P = RI^2 = R\left(\frac{E}{R_g + R}\right)^2 = \frac{RE^2}{(Rg + R)^2} \tag{3.73}$$

Претходни израз који дефинише снагу коју извор предаје потрошачу диференцираћемо применом парцијалних извода. При чему је променљива парцијалног извода отпор потрошача R, и решити следећу једначину.

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \tag{3.74}$$

$$\frac{\partial P}{\partial R} = 0 \Rightarrow \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{RE^2}{(Rg + R)^2}\right) = 0 \Rightarrow E^2 \frac{\partial}{\partial R}\left(\frac{R}{(Rg + R)^2}\right) = 0$$

$$\frac{(R_g + R)^2 - R \cdot 2 \cdot (R_g + R)}{(R_g + R)^4} = 0$$

Претходни разломак је једнак нули ако је бројилац једнак нули, зато ћемо бројилац разломка изједначити са нулом и решити по R.

$$(R_g + R)^2 - R \cdot 2 \cdot (R_g + R) = 0 \Rightarrow$$

$$R_g{}^2 + R^2 - 2R^2 = 0 \Rightarrow$$

$$R_g{}^2 - R^2 = 0 \Rightarrow$$

$R_g{}^2 = R^2 / \sqrt{}$ кореновање леве и десне стране

$$R_g = R \tag{3.75}$$

Из претходне анализе се види да је решење услова о прилагођењу по снази да унутрашња отпорност генератора буде једнака отпору потрошача.

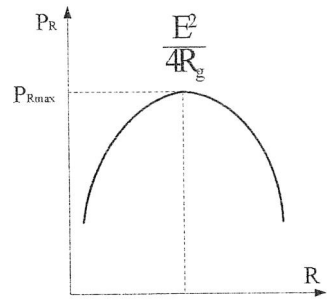
Другим речима генератор предаје максималну снагу потрошачу ако је отпор потрошача једнак унутрашњем отпору генератора.

$$R_g = R \tag{3.76}$$

Снага која се у случају прилагођења по снази предаје потрошачу може се одредити применом Џуловог закона:

$$P_{R\,max}\big|_{R=R_g} = \frac{R_g E^2}{(R_g + R_g)^2} = \frac{R_g E^2}{(2R_g)^2} = \frac{E^2}{4R_g} \tag{3.77}$$

Дијаграм расподеле снаге у зависности од вредности отпора потрошача приказан је на слици 3.38.

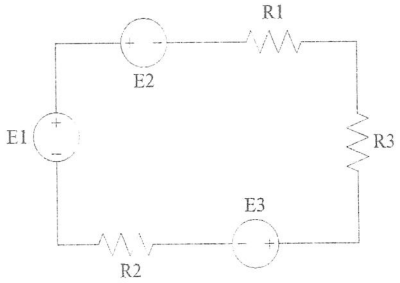


Слика 3.38 *Графичка интерпретација радне тачке за режим прилагођења по снази*

3.21 ПРОСТО ЕЛЕКТРИЧНО КОЛО СА ВИШЕ ИЗВОРА И ПОТРОШАЧА

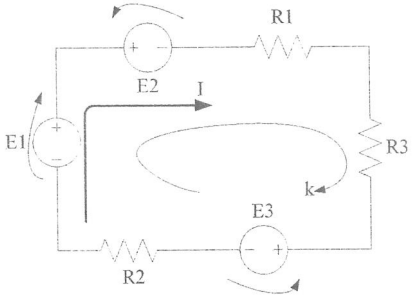
Проста електрична кола не морају садржати само један генератор и један потрошач. Постоји могућност да у простом електричном колу делује више генератора, односно, да је у њега повезано више потрошача (пријемника, отпорника). Поставља се питање како одредити струју у простом електричном колу са више извора и пријемника?

Просто електрично коло са више извора и потрошача приказано је на слици 3.39.



Слика 3.39. *Просто електрично коло са више извора и потрошача*

За одређивање струје у простом електричном колу са слике 3.39 неопходно је придржавати се следећих корака:
Прво се изврши усмерење свих електромоторних сила генератора стрелицама као што је приказано на слици 3.40. затим се претпостави смер струје у простом електричном колу и усвоји се смер обиласка по контури (дуж простог електричног кола) који може бити усклађен са претпостављеним смером струје или супротног смера.



Слика 3.40. *Претпостављени смер струје I, и смер обиласка по контури k*

Усмерења електромоторних сила извора, претпостављене струје и контуре по којој обилазимо дуж простог електричног кола приказани су на слици 3.40.
Након претходног корака примењује се модификовани Омов закон за просто електрично коло, а који гласи: *интензитет струје у простом електричном колу једнак је односу алгебарског збира електромоторних сила и збира отпора дуж контуре*.

$$I = \frac{\pm\sum E}{\sum R} \tag{3.78}$$

При чему је изабрани смер струје усклађен са смером обиласка по контури простог кола, а електромоторна сила добија позитиван предзнак ако се усмерење

електромоторне силе поклапа са усмерењем обиласка по контури. Односно, електромоторна сила добија негативан предзнак ако се усмерење електромоторне силе разликује од смера обиласка по контури. У имениоцу израза фигурише сума отпора и она представља прост збир свих отпора дуж контуре. Према томе на основу правила претходно назначених можемо писати израз за одређивање јачине електричне струје а сагласно са усмерењима дефинисаним на слици 3.40.

$$I = \frac{\pm\sum E}{\sum R} = \frac{E_1 - E_2 - E_3}{R_1 + R_2 + R_3} \tag{3.79}$$

3.22 ЕЛЕМЕНТИ СЛОЖЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА, ДРУГИ КИРХОФОВ ЗАКОН

Други Кирхофов закон говори о напонској равнотежи електромоторних сила и падова напона дуж неке контуре у електричном колу. Може се дефинисати на следећи начин: *у свакој затвореној контури сложеног електричног кола алгебарски збир свих електромоторних сила и падова напона једнак је нули*, или *алгебарски збир свих електромоторних сила једнак је алгебарском збиру падова напона дуж неке контуре електричног кола.*
Математичка формулација претходне две дефиниције може се написати на следећи начин:

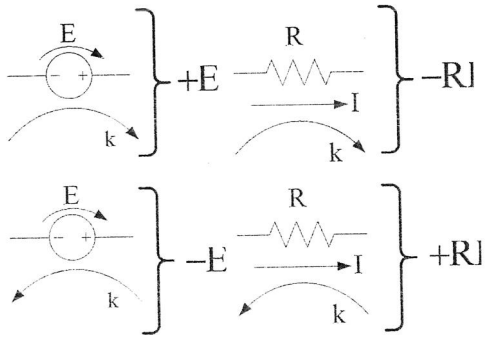
$$\pm\sum_{j=1}^{n} E_j \pm \sum_{k=1}^{m} (R_k I_k) = 0 \quad \text{(Други Кирхофов закон сагласно првој формулацији)} \tag{3.80}$$

$$\pm\sum_{j=1}^{n} E_j = \pm\sum_{k=1}^{m} (R_k I_k) \quad \text{(Други Кирхофов закон сагласно другој формулацији)} \tag{3.81}$$

Код примене другог Кирхофовог закона неопходно је усвојити (произвољно) смер обиласка по одговарајућој контури који се обележава стрелицом и смер струје у грани електричног кола. Затим приликом одређивања алгебарских збирова електромоторних сила и падова напона неопходно је придржавати се следећих правила.

За прву формулацију

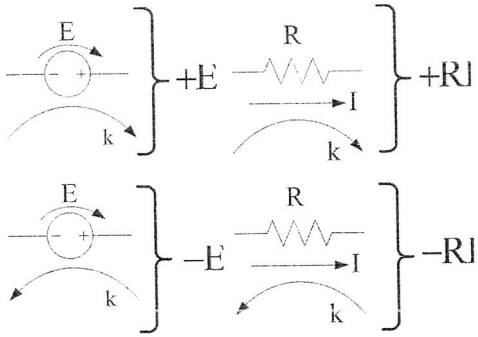
$$\pm\sum_{j=1}^{n} E_j \pm \sum_{k=1}^{m} (R_k I_k) = 0 \quad \text{(Други Кирхофов закон сагласно првој формулацији)} \tag{3.82}$$



Слика 3.41 *Начин одређивања предзнака електромоторних сила и падова напона за прву формулацију другог Кирхофовог закона*

За другу формулацију

$$\pm\sum_{j=1}^{n} E_j = \pm\sum_{k=1}^{m} (R_k I_k) \text{ (Други Кирхофов закон сагласно другој формулацији)} \qquad (3.83)$$



Слика 3.42 *Начин одређивања предзнака електромоторних сила и падова напона за прву формулацију другог Кирхофовог закона*

Сложено електрично коло је скуп елемената електричних кола као што су извори и потрошачи кроз које тече стална електрична струја, при томе су елементи распоређени у одговарајуће гране сложеног електричног кола које се стичу у чворове електричног кола. Према томе важно је нагласити:

Грана неког електричног кола је део сложеног електричног кола који повезује два чвора сложеног електричног кола.

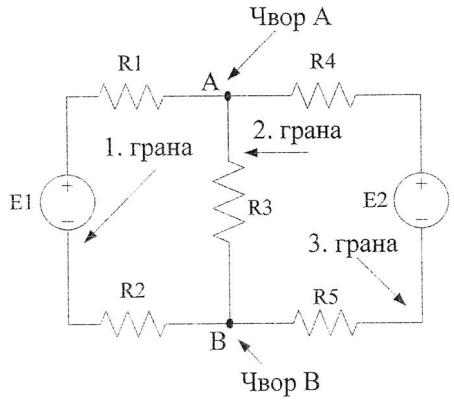
Чвор сложеног електричног кола представља тачку у коме се стичу више од две гране сложеног електричног кола.

Решавање сложених електричних кола подразумева одређивање струја у свим гранама сложеног електричног кола, напона на појединим елементима, свих снага елемената сложеног електричног кола и снаге читавог сложеног електричног кола.

Ако је сложено електрично коло добро решено, тада мора бити задовољен биланс снага сложеног електричног кола.

Биланс снага сложеног електричног кола дефинише да је сума снага свих извора у сложеном електричном колу у сваком тренутку једнака суми снага на потрошачима сложеног електричног кола. Што се аналитички може написати на следећи начин:

$$\sum P_{\text{извора}} = \sum P_{\text{потрошача}} \qquad (3.84)$$



Слика 3.43 *Пример сложеног електричног кола са два чвора и три гране*

Сагласно дефиницији грана и чворова на слици 3.43 приказано је једно сложено електрично коло. Са слике се уочава да сложено електрично коло садржи два чвора, то су чворови A и B. У чворове A и B стичу се три гране електричног кола. Прва грана садржи извор електромоторне силе E_1 и отпорнике R_1 и R_2, друга грана садржи само отпорника R_3, док трећа грана садржи извор електромоторне силе E_2 и отпорнике R_4 и R_5.

3.23 МЕТОДЕ РЕШАВАЊА СЛОЖЕНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КОЛА

У литератури постоји више метода за решавање сложених електричних кола, од којих се најчешће користе следеће методе:

1. метода Кирхофових закона
2. метода контурних струја
3. метода потенцијала чворова (метода напона између чворова)

4. метода суперпозиције
5. Тевененеова теорема
6. Нортонова теорема

3.23.1 МЕТОДА КИРХОФОВИХ ЗАКОНА

Први и други Кирхофов закон представљају основу за анализу сви сложених електричних кола. Да би могли израчунати струје у свим гранама сложеног електричног кола потребно је написати потребан број једначина по првом односно другом Кирхофовом закону.

Број једначина по првом Кирхофовом закону: формира се тако што се број чворова сложеног електричног кола умањи за један, односно аналитички записано;

$$n_{1KZ} = n_{\check{C}} - 1 \tag{3.85}$$

При чему је: N_{1KZ}- број потребних једначина по првом Кирхофовом закону, $n_{\check{C}}$- број чворова сложеног електричног кола.

Број једначина по другом Кирхофовом закону: формира се тако што се од броја грана одузме број једначина по првом Кирхофовом закону, односно аналитички записано;

$$n_{2KZ} = n_g - (n_{\check{C}} - 1) \tag{3.86}$$

При чему је: $n_{\check{C}}$-број чворова сложеног електричног кола, n_g- број грана сложеног електричног кола, n_{2KZ} – број једначина потребан по другом Кирхофовом закону.

Ако сложено електрично коло садржи **струјни генератор** тада се број једначина по другом Кирхофовом закону редукује за број струјних генератора, односно аналитички записано:

$$n_{2KZ} = n_g - (n_{\check{C}} - 1) - n_S \tag{3.87}$$

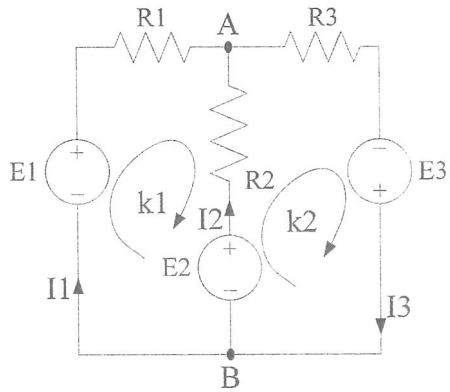
При чему је: $n_{\check{C}}$- број чворова сложеног електричног кола, n_g- број грана сложеног електричног кола, n_{2KZ} – број једначина потребан по другом Кирхофовом закону, n_S- број струјних генератора.

Важно је нагласити да ако се у некој грани сложеног електричног кола налази струјни генератор тада се контура за постављање једначине по другом Кирхофовом закону не поставља кроз наведену грану. Разлог лежи у томе што се тада укупан број непознатих повећава јер се унапред не познаје напон на струјном генератору. На тај начин систем постаје нерешив. Зато је неопходно приликом решавања сложених електричних кола по овој методи обратити пажњу

на елементе сложеног кола и правилно изабрати контуре за решавање сложеног електричног кола.

Као пример постављања једначина по методи Кирхофових закона навешћемо једноставан задатак: неопходно је одредити струје I_1, I_2, I_3 сложеног електричног кола са слике ако је познато:

E_1=10V, E_2=20V, E_3=30V, R_1=2Ω, R_2=3Ω, R_3=4Ω.



Слика 3.44. *Сложено електрично коло*

Прво се уочи да коло има два чвора A и B и три гране. Према томе у складу са начином одређивања потребног броја Кирхофових једначина можемо писати:

$$n_{1KZ} = n_{\check{C}} - 1 = 2 - 1 = 1 \quad \text{(1 једначина по 1.КЗ)-бирамо чвор A} \tag{3.88}$$

$$n_{2KZ} = n_g - (n_{\check{C}} - 1) = 3 - (2 - 1) = 3 - 1 = 2 \quad \text{(2 једначине по 2.КЗ)} \tag{3.89}$$

Затим произвољно усмеримо струје у гранама електричног кола и произвољно изаберемо усмерење контура k1 и k2, као што је приказано на слици 3.44.

Једначина по првом Кирхофовом закону:

$$\pm \sum_{i=1}^{n} I_i = 0 \Rightarrow I_1 + I_2 = I_3 \tag{3.90}$$

Једначине по другом Кирхофовом закону: постављене су сагласно другој формулацији, односно:

$$\pm\sum_{j=1}^{n}E_j=\pm\sum_{k=1}^{m}(R_kI_k)$$

к1: $E_1-E_2=R_1I_1-R_2I_2$

к2: $E_2-E_3=R_2I_2+R_3I_3$ (3.91)

Заменом једначине по првом Кирхофовом закону у једначину за контуру k_2 добија се следећи систем:

$$\begin{aligned}&E_1-E_2=R_1I_1-R_2I_2\\&\underline{E_2-E_3=R_2I_2+R_3(I_1+I_2)}\\&E_1-E_2=R_1I_1-R_2I_2\\&\underline{E_2-E_3=R_2I_2+R_3I_1+R_3I_2}\\&E_1-E_2=R_1I_1-R_2I_2\\&E_2-E_3=(R_2+R_3)I_2+R_3I_1\end{aligned}\qquad(3.92)$$

Последњи систем представља две сређене једначине са две непознате. Непознате величине су струје I_1 и I_2. Увртавајући бројне податке у систем једначина и решавајући га неком од познатих метода долазимо до непознатих струја:

$$I_1=3.077\text{A},\ I_2=5.385\text{A}\qquad(3.93)$$

Заменом струја I_1 и I_2 у једначину по првом Кирхофовом закону одређује се и струја I_3.

$$\begin{aligned}&I_1+I_2=I_3\\&3.077+5.385=8.462\text{A}\Rightarrow I_3=8.462\text{A}\end{aligned}\qquad(3.94)$$

Према томе непознате струје у гранама сложеног електричног кола су:

$$I_1=3.077\text{A},\ I_2=5.385\text{A},I_3=8.462\text{A}\qquad(3.95)$$

Овде је важно нагласити да ако се у решењу добије вредност струје негативног предзнака то значи да је стварни смер струје супротан од онога који је претпостављен на почетку решавања задатка.

3.23.2 МЕТОДА КОНТУРНИХ СТРУЈА

За разлику од методе Кирхофових закона, метода контурних струја користи само једначине другог Кирхофовог закона при чему се уместо струја у гранама одређују тзв. ''контурне струје''. Контурне струје су фиктивне струје које циркулишу дуж изабраних контура. При томе важи правило: *алгебарски збир свих електромоторних сила дуж неке контуре једнак је збиру свих падова напона које производи контурна струја умањен или увећан за падове напона које производе суседне контурне струје у заједничким гранама сложеног електричног кола.*

Пре почетка решавања задатка потребно је одредити број једначина по методи контурних струја потребан за решавање сложеног електричног кола. Потребан број једначина се одређује по следећем обрасцу:

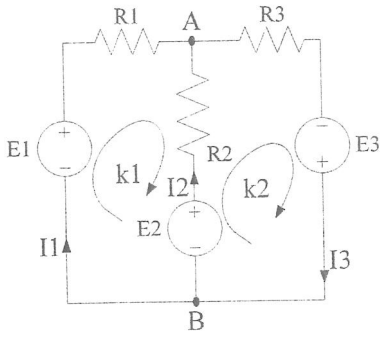
$$n_{KS}=n_g-(n_Č-1)\qquad(3.96)$$

При чему је: $n_Č$-број чворова сложеног електричног кола, n_g- број грана сложеног електричног кола, n_{KS} – број једначина потребан по методи контурних струја.
Ако сложено електрично коло садржи струјне генераторе тада се потребан број једначина редукује по следећем обрасцу:

$$n_{KS}=n_g-(n_Č-1)-n_S\qquad(3.97)$$

При чему је: $n_Č$- број чворова сложеног електричног кола, n_g- број грана сложеног електричног кола, n_{2KZ} – број једначина потребан по методи контурних струја, n_S- број струјних генератора. Ако нека од грана сложеног електричног кола садржи струјни генератор тада је пожељно и препоручује се провући контурну струју кроз грану са струјним генератором. У том случају контурна струја аутоматски поприма вредност струје струјног генератора.
Следећи корак се огледа у произвољном постављању смерова струја у гранама електричног кола, као и у произвољном усмерењу контурних струја. Смер контурне струје уједно представља и смер обиласка по контури. Илустрације ради решићемо исти задатак из претходног дела али по методи контурних струја. Неопходно је одредити струје I_1,I_2,I_3 сложеног електричног кола са слике ако је познато:

E_1=10V, E_2=20V, E_3=30V, R_1=2Ω, R_2=3Ω, R_3=4Ω.



Слика 3.45. *Сложено електрично коло*

Применом обрасца за одређивање потребних једначина по методи контурних струја добијамо:

$$n_{KS} = n_g - (n_č - 1) = 3 - (2 - 1) = 2 \text{ (две једначине по методи контурних струја)} \quad (3.98)$$

Пошто су потребне две једначине постављамо систем две једначине са две непознате:

$$\pm\sum E_{11} = R_{11}I_I + R_{12}I_{II}$$
$$\pm\sum E_{22} = R_{21}I_I + R_{22}I_{II} \quad (3.99)$$

При чему је: $\pm\sum E_{11}$ - сума свих електромоторних сила извора које обухвата прва контурна струја, $\pm\sum E_{22}$ - сума свих електромоторних сила извора које обухвата друга контурна струја, R_{11}- сума свих отпора које обухвата прва контурна струја, R_{22}- сума свих отпора које обухвата друга контурна струја, $R_{12}=R_{21}$- сума свих отпора у заједничкој грани између прве и друге контурне струје, овај отпор може имати позитиван или негативан предзнак у зависности од тога да ли се контурне струје у заједничкој грани поклапају или мимоилазе. На основу овога можемо писати:

$$\pm\sum E_{11} = E_1 - E_2 = 10 - 20 = -10V$$
$$\pm\sum E_{22} = E_2 + E_3 = 20 + 30 = 50V$$
$$R_{11} = \sum R\big|_{k1} = R_1 + R_2 = 2 + 3 = 5\Omega$$
$$R_{22} = \sum R\big|_{k2} = R_2 + R_3 = 3 + 4 = 7\Omega$$

$R_{12} = R_{21} = \pm\sum R\big|_{k1ik2} = -R_2 = -3\Omega$ (предзнак (–) јер се контуре у 2 грани мимоилазе).

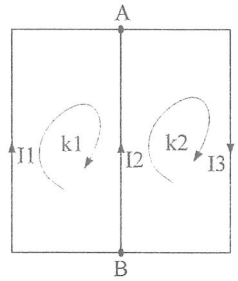
Заменом претходно одређених вредности добијамо систем две једначине са две непознате:

$$-10 = 5I_I - 3I_{II}$$
$$50 = -3I_I + 7I_{II} \quad (3.100)$$

Решавањем система неком од познатих метода добијају се вредности одговарајућих контурних струја:

$$I_I = 3.077A, I_{II} = 8.462A \quad (3.101)$$

Да би на основу контурних струја одредили струје у појединим гранама електричног кола посматраћемо само граф електричног кола без елемената са назначеним контурним струјама и струјама по гранама.



Слика 3.46. *Граф електричног кола са назначеним смеровима контурних и струја по гранама*

До појединих струја по гранама I_1, I_2, I_3, долазимо на следећи начин:

1. Контурна струја једнака је струји у грани електричног кола ако та грана садржи само дату контурну струју, предзнак струје у грани зависи од међусобног смера контурне струје и претпостављеног смера струје кроз грану. У нашем случају са слике 3.46. се види да је $I_1=I_I$, односно да је $I_3=I_{II}$.
2. Ако кроз неку грану сложеног кола пролазе две контурне струје тада се струја гране одређује у зависност од тога да ли се контурне струје у датој грани поклапају или мимоилазе са претпостављеним смером струје у грани. У нашем случају важи: $I_2=I_{II}-I_I$. Струја I_{II} има позитиван предзнак јер се поклапа са смером струје I_2, док струја I_I има негативан предзнак јер је супротног смера од струје I_2.

На основу претходног важи:

$$I_1 = I_I = 3.077A, I_3 = I_{II} = 8.462A,\ I_2 = I_{II} - I_I = 5.385A \qquad (3.102)$$

3.23.3 МЕТОДА СУПЕРПОЗИЦИЈЕ

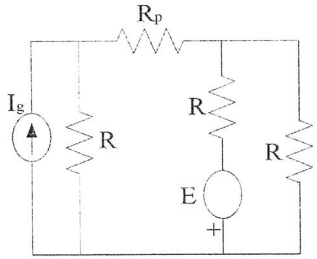
Метода суперпозиције се састоји у томе што се од укупног броја извора у сложеном електричном колу разматра деловање сваког извора посебно. Да би се постигла боља прегледност основно сложено електрично коло подели се на онолико помоћних сложених електричних кола колико извора делује у полазном сложеном електричном колу. Затим се одреде струје (фиктивне струје) по гранама у помоћним сложеним електричним колима.

Стварне струје по гранама полазног сложеног електричног кола добијају се тако што се срачунате фиктивне струје алгебарски саберу (суперпонирају). При томе се узимају у обзир смерови претпостављених струја у основном сложеном електричном колу. Ако фиктивна струја има исти смер као и претпостављена основна струја сложеног кола тада се она узима са позитивним предзнаком (+), односно ако је фиктивна струја супротног смера као претпостављена основна струја тада се она узима са негативним предзнаком (-).

Најједноставнији принцип провере методе илустроваће се на конкретном примеру.

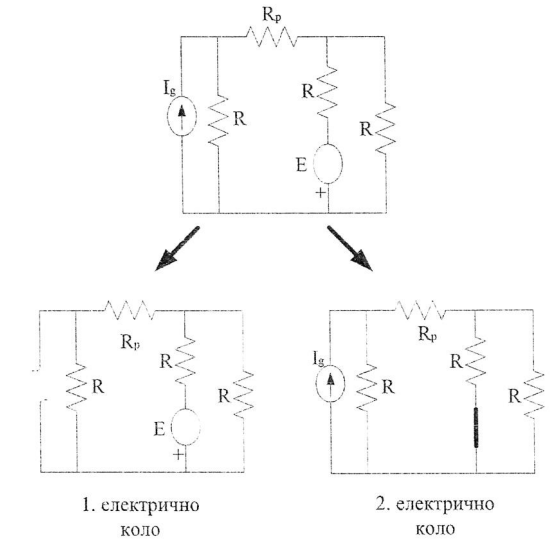
Пример:

За сложено електрично коло приказано на слици 3.47. Одредити струју у грани са отпорником R_p електричног кола применом методе суперпозиције, ако је познато: E=8V, I_g=4mA, R=2kΩ, R_p=1kΩ.



Слика 3.47 *Сложено електрично коло*

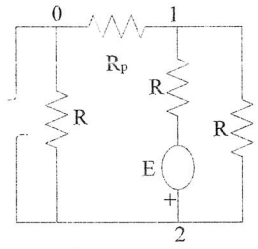
Да се подсетимо, метода суперпозиције дефинише да је *струја било које гране линеарног електричног кола једнака алгебарском збиру према истом референтном смеру струја те гране насталих у колу деловањем само појединих генератора.*



Слика 3.48. *Принцип раздвајања основног сложеног електричног кола на електрична кола у којима делују поједини генератори*

Пошто у посматраном сложеном електричном колу постоје два генератора основно сложено електрично коло поделићемо на два. Прво електрично коло се добија када се пусти да делује само први генератор (напонски генератор), а друго се добија када се пусти да делује само други генератор (струјни генератор). **При томе је важно нагласити да приликом елиминације других генератора струјни генератори се отварају, док се напонски кратко спајају.** Наведени принцип илустративно је приказан на следећој слици 3.48.

Решавање 1. електричног кола

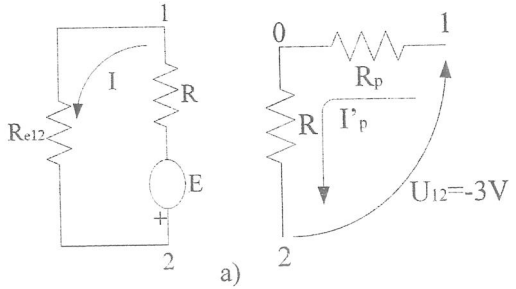


Слика 3.49. *Прво електрично коло*

Прво се одреди еквивалентна отпорност између тачака 1 и 2.

$$R_{e12} = (R + Rp) \| R = (2k + 1k) \| 2k = \frac{6}{5} k\Omega \tag{3.103}$$

Након одређивања еквивалентног отпора између тачака 1 и 2, изврши се трансконфигурација електричног кола кола је приказана на слици 3.50. а).



Слика 3.50 *Помоћне шеме приликом решавања првог електричног кола*

Одређивањем струје I у колу са слике 3.50. а) могуће је одредити колико износи напон између тачака 1 и 2, односно U_{12}.

$$I = \frac{-E}{\sum R} = \frac{-E}{R + R_{e12}} = \frac{-8}{2000 + \frac{6000}{5}} = -2.5mA \tag{3.104}$$

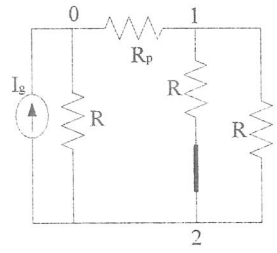
$$U_{12} = R_{e12} I = 1200(-0.0025) = -3V \tag{3.105}$$

Применом Омовог закона за део електричног кола са слике 3.50. б) између тачака 1 и 2 могуће је одредити струју кроз отпорник R_p за прво електрично коло, односно I'_p.

$$I'_p = \frac{U_{12}}{R_p + R} = \frac{-3}{2000 + 1000} = -1mA \tag{3.106}$$

Решавање 2. електричног кола

Друго електрично коло се добија када се пусти да делује само струјни генератор док се напонски кратко спаја као што је приказано на слици 3.51.



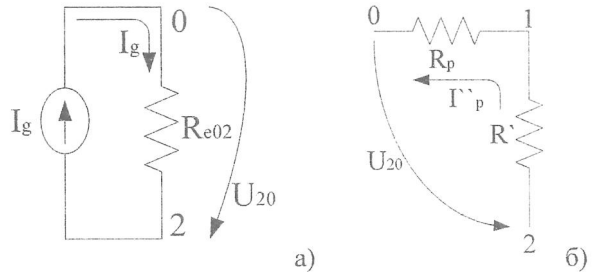
Слика 3.51. *Друго електрично коло*

Први поступак у решавању електричног кола са слике 3.51. представља одређивање еквивалентне отпорности између тачака 0 и 2. Поступак се састоји из два корака.

$$R` = R_p + R \| R = Rp + \frac{R \cdot R}{R + R} = 1000 + \frac{2000}{2} = 2k\Omega \tag{3.107}$$

$$R_{e02} = R \| R` = \frac{R \cdot R`}{R + R`} = \frac{2000 \cdot 2000}{2000 + 2000} = 1k\Omega \tag{3.108}$$

Након одређене еквивалентне отпорности између тачака 0 и 2, модификовано електрично коло приказано је на слици 3.52. а).



Слика 3.52 *Помоћне шеме приликом решавања другог електричног кола*

Са слике 3.52. а) се види да струјни генератор директно напаја еквивалентни отпор R_{e02}, према томе сагласно Омовом закону и усвојеним референтним смеровима напона и струја приказаних на слици 3.52. а) долази се до вредности напона U_{20}.

$$U_{20} = -I_g R_{e12} = -0.004 \cdot 1000 = -4V \tag{3.109}$$

На основу одређеног напона U_{20} и применом на део електричног кола приказан на слици 3.52. б) долази се до вредности струје кроз отпорник R_p за друго електрично коло.

$$I_p'' = \frac{U_{20}}{R`+R_p} = \frac{-4}{2000} = -2\text{mA} \qquad (3.110)$$

На основу свеукупне претходне анализе се види да су парцијално одређене вредности струја кроз отпорник R_p када делује први односно други генератор I'_p и I''_p. Стварана струја отпорника R_p се добија тако што се вредности I'_p и I''_p алгебарски саберу.

$$I_p = I_p' + I_p'' = -1\text{mA} + (-2\text{mA}) = -3\text{mA} \qquad (3.111)$$

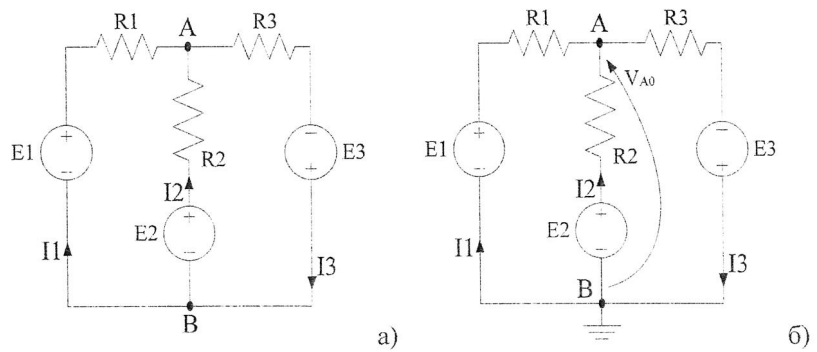
3.23.4 МЕТОДА ПОТЕНЦИЈАЛА ЧВОРОВА

У случајевима сложених електричних кола са великим бројем грана и чворова стандардне методе које су претходно описане захтевају дуг и сложен аналитички поступак за решавање. Метода потенцијала чворова у овим случајевима омогућава једноставнији поступак за решавање јер користи мањи број једначина. Приликом решавања сложеног кола овом методом неопходно је прво усвојити један од чворова сложеног кола за референтни (на нултом потенцијалу). Затим се одређују потенцијали свих преосталих чворова сложеног електричног кола у односу на изабрани референтни чвор.
Када су познати потенцијали свих преосталих чворова могуће је одредити струје у појединим гранама електричног кола. Број једначина по методи потенцијала чворова бира се на следећи начин.

$$n_{PČ} = n_Č - 1 \qquad (3.112)$$

При чему је: $n_{PČ}$- број једначина потребан за решавање сложеног електричног кола по методи потенцијала чворова, $n_Č$- број чворова сложеног електричног кола.
Неопходно је одредити струје I_1, I_2, I_3 сложеног електричног кола са слике 3.53. а) ако је познато:

E_1=10V, E_2=20V, E_3=30V, R_1=2Ω, R_2=3Ω, R_3=4Ω.



Слика 3.53. *Сложено електрично коло, а) поставка сложеног електричног кола, б) избор референтног чвора и потенцијала који треба одредити*

Применом израза за одређивање потребног броја једначина по методи потенцијала чворова добија се да је неопходно поставити само једну једначину.

$$n_{PČ} = n_Č - 1 = 2 - 1 = 1_{\text{(неопходна једна једначина)}} \qquad (3.113)$$

Пошто је чвор B изабран за референтни, са слике 3.53. б) се види да је уземљен и да му је аутоматски додељена вредност нултог потенцијала. На основу тога неопходно је одредити још потенцијал тачке A према референтној тачки B како би се могле одредити струје у појединим гранама електричног кола. Једначина за одређивање потенцијала тачке A пише се у следећој форми.

$$G_A V_{A0} = I_A \qquad (3.114)$$

При чему је: G_A- сума свих проводности отпорника који се стичу у чвор A, V_{A0}- потенцијал тачке A према референтној тачки сложеног кола који одређујемо, I_A- сума ињектованих струја у чвор A чији потенцијал одређујемо. На основу претходног можемо писати:

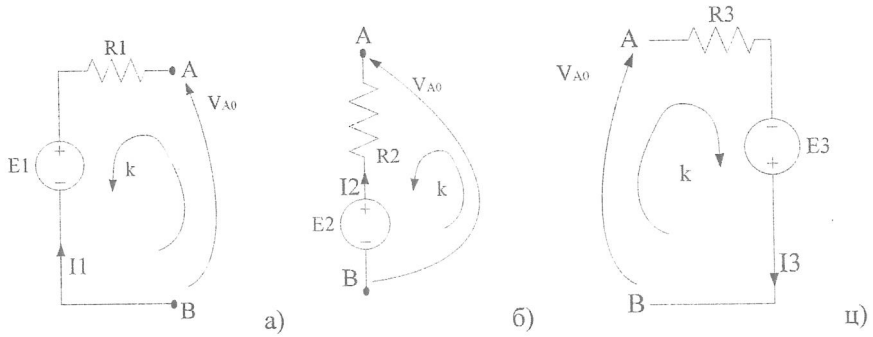
$$G_A = \sum G\big|_A = G_1 + G_2 + G_3 = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$I_A = \pm \sum I_i\big|_A = I_{i1} + I_{i2} - I_{i3} = \frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2} - \frac{E_3}{R_3}$$

Одређивањем вредности G_A, I_A до вредности потенцијала тачке A долазимо простим решавањем постављене једначине по методи потенцијала чворова.

$$V_{A0} = \frac{I_A}{G_A} \tag{3.115}$$

Након одређивања потенцијала тачке А у односу на референтну В, познат је напон на свакој грани сложеног електричног кола са слике 3.53. а). До струја по гранама електричног кола долазимо тако што се свака грана посматра посебно, као што је приказано на слици 3.54.



Слика 3.54. *Издвојене гране сложеног електричног кола за одређивање струја по гранама*

За издвојене гране сложеног електричног кола са слике 3.54. применом другог Кирхофовог закона долази се до тражених струја I_1, I_2, I_3 сложеног електричног кола.

Одређивање струје I_1:

$$V_{A0} - E_1 = -R_1 I_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - V_{A0}}{R_1} \tag{3.116}$$

Одређивање струје I_2:

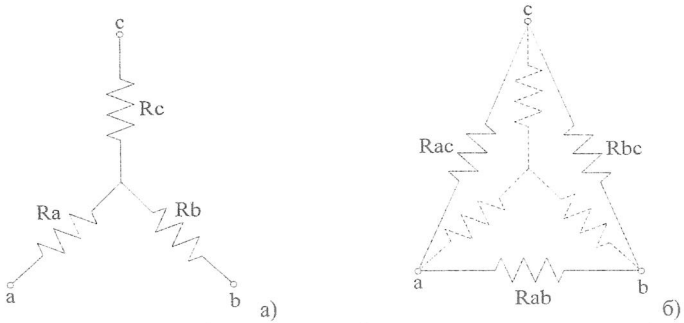
$$V_{A0} - E_2 = -R_2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E_2 - V_{A0}}{R_2} \tag{3.117}$$

Одређивање струје I_3:

$$V_{A0} + E_3 = R_3 I_3 \Rightarrow I_3 = \frac{V_{A0} + E_3}{R_3} \tag{3.118}$$

3.24 ТРАНСФОРМАЦИЈА ЗВЕЗДА ТРОУГАО И ТРОУГАО ЗВЕЗДА

Приликом решавања сложених електричних мрежа могуће је да отпорници буду везани у звезду или троугао. У циљу лакшег решавања електричних мрежа често постоји потреба спрегу звезда претворити у спрегу троугао и обрнуто.



Слика 3.55. *Трансформација звезда-троугао и троугао-звезда*

а) Претварање спреге троугао у спрегу звезда

Приликом претварања отпорности везаних у троугао у отпоре везане у звезду познате су вредности отпора у троуглу R_{ab}, R_{bc} и R_{ac} (Слика 3.55.а) а траже се вредности еквивалентних отпора везаних у звезду R_a, R_b и R_c (Слика 3.55.б). Поштујући услове еквивалентне повезаности следе изрази на основу којих се решавају непознате импедансе везане у звезду:

$$R_a = \frac{R_{ab} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}}; \tag{3.120}$$

$$R_b = \frac{R_{ab} \cdot R_{bc}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}}; \tag{3.121}$$

$$R_c = \frac{R_{bc} \cdot R_{ac}}{R_{ab} + R_{bc} + R_{ac}}. \tag{3.122}$$

b) Претварање спреге звезда у спрегу троугао

Код овога претварања поступак је исти као и приликом претварања троугла у звезду. Сада су познати отпори везани у звезду (R_a, R_b и R_c), слика 3.55.б, а траже се еквивалентне импедансе везане у троугао (R_{ab}, R_{bc} и R_{ac}), слика 3.55.а. Коначна решења отпора везаних у троугао, поштујући еквивалентност везе, износе:

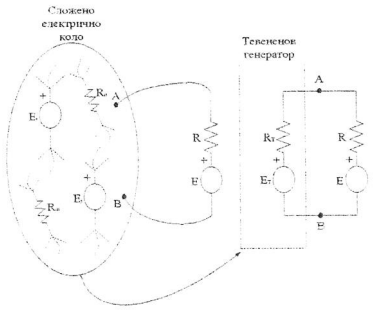
$$R_{ab} = R_a + R_b + \frac{R_a \cdot R_b}{R_c}; \qquad (3.123)$$

$$R_{bc} = R_b + R_c + \frac{R_b \cdot R_c}{R_a}; \qquad (3.124)$$

$$R_{ac} = R_a + R_c + \frac{R_a \cdot R_c}{R_b}. \qquad (3.125)$$

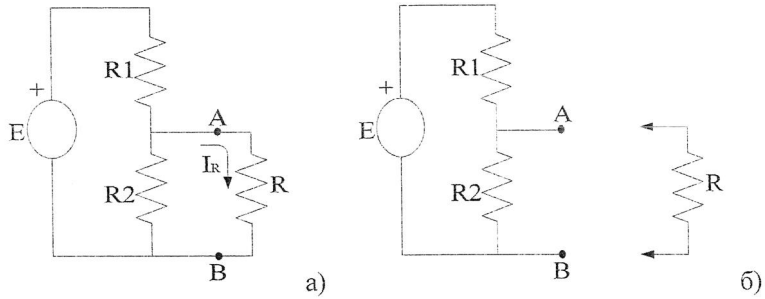
3.25 ТЕВЕНЕНОВА ТЕОРЕМА

Тевененова теорема се користи када је неопходно у неком електричном колу одредити струју само у одређеној грани. Тевененеова теорема гласи: *сложено електрично коло се према некој грани електричног кола понаша као еквивалентни напонски генератор одговарајуће електромоторне силе и унутрашње отпорности.* Значи, ако се између две тачке сложеног електричног кола прикључи нека грана тада се према тој грани сложено електрично коло понаша као напонски генератор. Овај напонски генератор се назива **Тевененов генератор** и дефинише се *електромоторном силом Тевененовог генератора* E_T *и отпором Тевененеовог генератора* R_T. Електромоторна сила Тевенеовог генератора једнака је напону између прикључних тачака а пре прикључења разматране гране. Отпор Тевененовог генератора одређује се као еквивалентна отпорност између прикључних тачака а пре прикључења разматране гране. При чему се *струјни генератори генератори отварају а напонски кратко спајају.*



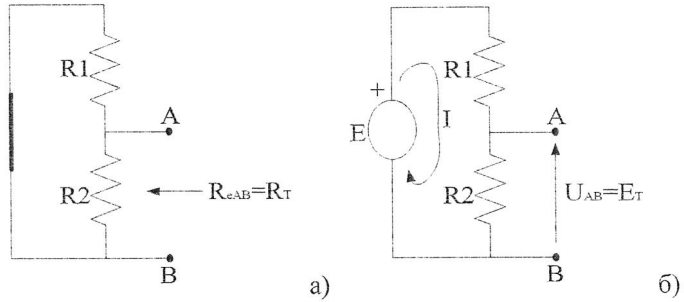
Слика 3.56. *Принципијелна шема еквивалентирања сложеног електричног кола Тевененовим генератором између тачака A и B*

На слици 3.57. приказано је сложено електрично коло за које треба одредити струју отпорника R, применом Тевененове теореме. На основу методологије примене Тевененове теореме на разматрано електрично коло прво се грана са отпорника R одвоји од сложеног електричног кола. Тачке A и B остају отворене, као што је приказано на слици 3.57 б).



Слика 3.57. *Примена Тевененове теореме на сложено електрично коло*

Затим се за преостали део сложеног електричног кола одређују елементи Тевененовог генератора. На слици 3.58. а) приказано је модификовано електрично кола за одређивање Тевененовог отпора, док је на слици 3.58. б) приказано електрично коло за одређивање Тевененовог напона (електромоторне силе).



Слика 3.58. *Еквивалентне шеме за одређивање* R_T *и* E_T

Одређивање R_T се врши између прикључних тачака A и B при чему се струјни генератори отварају а напонски кратко спајају. Пошто у електричном колу има само један напонски генератор он је кратко спојен што је приказано на слици 3.58. а).

Са слике 3.58. а) се види да је еквивалентни отпор између прикључних крајева једнак паралелној вези отпора R_1 и R_2, према томе:

$$R_T = R_1 \| R_2 = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad (3.126)$$

Електромоторна сила Тевененовог генератора једнака је напону између прикључних тачака A и B када је грана са отпорником R одвојена као што је приказано на слици 3.58. б). Са слике се види да је E_T једнако напону на

отпорнику R_2. Да би се одредио напон на отпорнику R_2 неопходно је одредити струју I која тече кроз отпорник R_2.
Струја I одређује се на основу Омовог закона,

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2} \tag{3.127}$$

Сада се напон на отпорнику R_2 може одредити такође применом Омовог закона,

$$U_{AB} = U_{R2} = R_2 I, \tag{3.128}$$

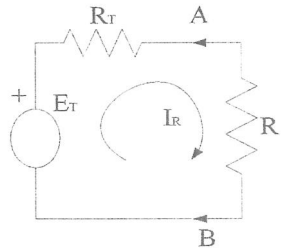
Односно,

$$U_{AB} = U_{R2} = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}. \tag{3.129}$$

Према томе, електромоторна сила Тевененовог генератора је,

$$E_T = R_2 \frac{E}{R_1 + R_2}. \tag{3.130}$$

Након одређивања елемената Тевененовог генератора између тачака A и B, стичу се услови за одређивање струје отпорника R тако што се грана са отпорником R поново прикључи између тачака A и B али овога пута на Тевененов генератор као што је приказано на слици 3.59.



Слика 3.59 *Одређивање струје отпорника R применом Тевененовог генератора*

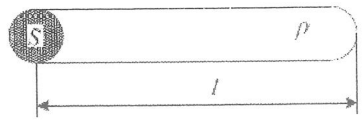
На основу слике 3.59. јасно се уочава да се струја отпорника I_R може одредити применом Омовог закона за просто електрично коло.

$$I_R = \frac{E_T}{R_T + R} \tag{3.131}$$

Применом претходне формуле одређен је интензитет струје кроз отпорник R применом Тевененове теореме.

3.26 ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБУ

1. Задатак
Проводником кружног попречног пресека полупречника 2mm, дужине 1m и специфичног отпора 0.5 $\Omega mm^2/m$, тече струја у трајању од 10 секунди. Напон узрокован проласком струје је U=2V. Колика ће укупна количина наелектрисања проћи кроз попречни пресек проводника током 10 секунди?



Слика 3.60

Решење:
Отпорност проводника се рачуна на основу познатих параметара:

$$R = \rho \frac{l}{S} = 0.159\Omega.$$

Пошто је познат напон на крајевима проводника за интензитет струје кроз њега добијамо:

$$I = \frac{U}{R} = 12.56A.$$

Према дефиницији интензитет струје представља брзину протицања наелектрисања кроз попречни пресек проводника па, како је у питању једносмерна струја важи:

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}.$$

Из ове формуле добија се количина наелектрисања која протекне кроз попречни пресек проводника у току 10 секунди:

$$\Delta Q = I \cdot \Delta t = 12.56A \cdot 10s = 125.6C.$$

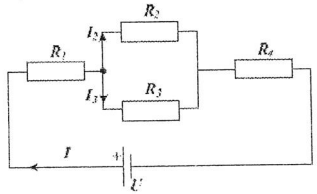
2. Задатак

За спој отпорника према слици 3.61 задано је: R_1=10Ω, R_2=4 Ω, R_3=6 Ω, R_4=12 Ω, при чему напон извора износи U=12.2V.

а) одредити еквивалентну отпорност кола.

б) наћи напоне и струје за све отпорнике.

ц) колика је укупна снага Џулових губитака овог споја?



Слика 3.61

Решење:

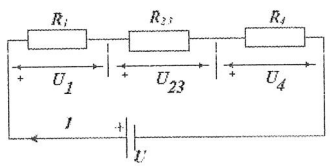
а) паралелну везу отпорника R_2 и R_3 мењамо отпорником

$$R_{23} = \frac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \frac{24}{10}\Omega .$$

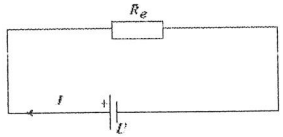
Еквивалентна отпорност је сада једнака редној вези отпорника R_1, R_{23} и R_4, и износи

$$R_e = R_1 + R_{23} + R_4 = 24.4\Omega .$$

Упрошћавање електричне шеме приказано је на сликама 3.62 и 3.63.



Слика 3.62



Слика 3.63

б) На слици 3.62 приказани су напони на отпорницима R_1, R_{23} и R_4. Пошто су они спојени редно кроз њих протиче иста струја I па се на основу Омовог закона може писати:

$$U_1 = R_1 I \ , \ U_{23} = R_{23} I \ , \ U_4 = R_4 I .$$

Са слике 3.62 се види да збир напона на отпорницима R_1, R_{23} и R_4 мора бити једнак напону напајања, тј.

$$U_1 + U_{23} + U_4 = U = 12.2\,\mathrm{V}.$$

Сада се може одредити струја I:

$$U_1 + U_{23} + U_4 = U$$
$$\Rightarrow R_1 I + R_{23} I + R_4 I = U$$
$$\Rightarrow (R_1 + R_{23} + R_4) I = U$$
$$\Rightarrow I = \frac{U}{R_1 + R_{23} + R_4} = \frac{12.2\,\mathrm{V}}{24.4\,\Omega} = 0.5\,\mathrm{A}$$

Напони на појединим отпорницима су:

$$U_1 = R_1 I = 5\mathrm{V} \ , \ U_{23} = R_{23} I = 1.2\mathrm{V} \ , \ U_4 = R_4 I = 6\mathrm{V} .$$

Пошто су отпорници R_2 и R_3 везани паралелно, то је напон на њима исти, па важи: $U_2 = U_3 = U_{23} = 1.2\mathrm{V}$.

Кроз отпорнике R_1 и R_4 тече струја

$$I_1 = I_4 = I = 0.5\,\mathrm{A},$$

кроз отпорник R_2 тече струја

$$I_2 = \frac{U_2}{R_2} = \frac{1.2\,\mathrm{V}}{4\Omega} = 0.3\,\mathrm{A},$$

док је кроз трећи отпорник

$$I_3 = \frac{U_3}{R_3} = \frac{1.2\,\mathrm{V}}{6\Omega} = 0.2\,\mathrm{A}.$$

Смерови струја су приказани на слици 3.62.

ц) укупна снага Џулових губитака може се одредити помоћу слике 3.63:

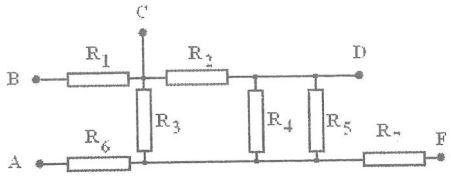
$$P_{uk} = R_e I^2 = 24.4\Omega \cdot 0.25A^2 = 6.1W .$$

3. Задатак

Израчунати еквивалентну отпорност између појединих тачака на шемама отпорника са слика 3.64, 3.65, 3.66 и 3.67.

а) **За познате отпоре**

$R_1 = 60\Omega, R_2 = 50\Omega , R_3 = 150\Omega$
$R_4 = 300\Omega , R_5 = 60\Omega , R_6 = 100\Omega ,$
$R_7 = 200\Omega$



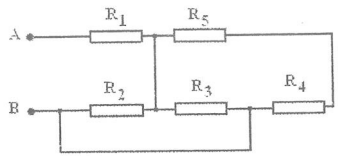
Слика 3.64

Одредити :

R_{AB} , R_{AC} , R_{AD} , R_{AF} , R_{DF}
R_{BC} , R_{BD} , R_{BF} , R_{CD} , R_{FC}

б) **За познате отпоре**

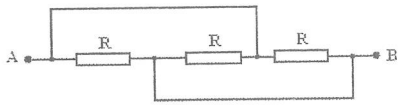
$R_1 = 0.3k\Omega, R_2 = 150\Omega ,$
$R_3 = 100\Omega$
$R_4 = 120\Omega , R_5 = 180\Omega$



Слика 3.65

Одредити R_{AB} .

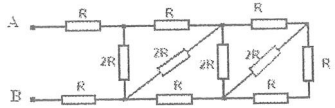
ц) **За познате отпоре**



Слика 3.66

Одредити R_{AB} .

д) **За познате отпоре**



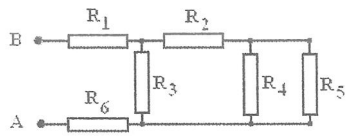
Слика 3.67

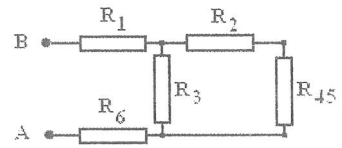
Одредити R_{AB} .

Решење:

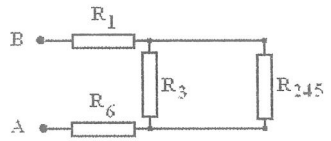
а) Одређивање R_{AB} и R_{AC}

R_{AB}

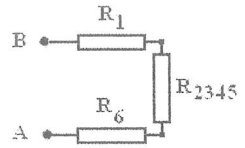




$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 50\Omega$$



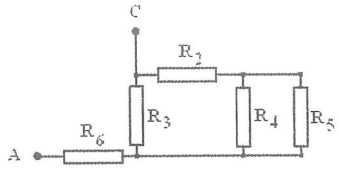
$$R_{245} = R_2 + R_{45} = 100\Omega$$

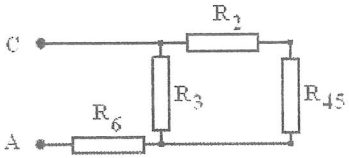


$$R_{2345} = \frac{R_3 \cdot R_{245}}{R_3 + R_{245}} = 60\Omega$$

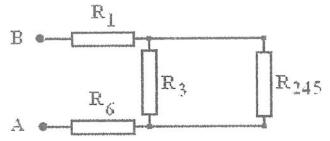
$$R_{AB} = R_1 + R_{2345} + R_6 = 220\Omega$$

R_{AC}

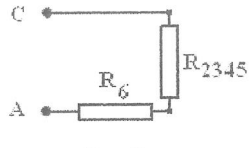




$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 50\Omega$$



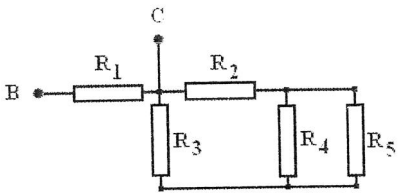
$$R_{245} = R_2 + R_{45} = 100\Omega$$

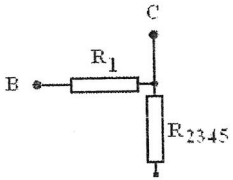


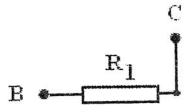
$$R_{2345} = \frac{R_3 \cdot R_{245}}{R_3 + R_{245}} = 60\Omega$$

$$R_{AC} = R_{2345} + R_6 = 160\Omega$$

R_{BC}

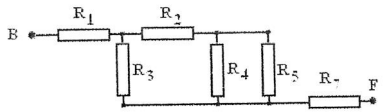


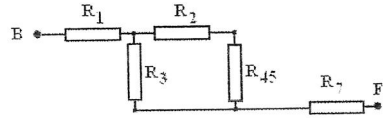




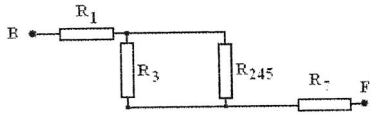
$$R_{BC} = R_1 = 60\Omega$$

R_{BF}

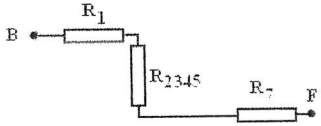




$$R_{45} = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_4 + R_5} = 50\Omega$$



$$R_{245} = R_2 + R_{45} = 100\Omega$$

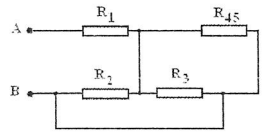


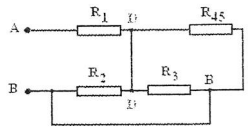
$$R_{2345} = \frac{R_3 \cdot R_{245}}{R_3 + R_{245}} = 60\Omega$$

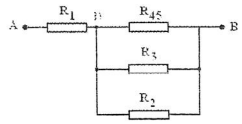
$$R_{BF} = R_1 + R_{2345} + R_7 = 320\Omega$$

$R_{AD} = 140\Omega$, $R_{AF} = 550\Omega$, $R_{DF} = 240\Omega$,
$R_{BD} = 100\Omega$, $R_{CD} = 40\Omega$, $R_{FC} = 260\Omega$

б) одређивање R_{AB}







$$R_{2345} = R_2 \parallel R_3 \parallel R_{45} = 50\Omega$$

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 300\Omega$$

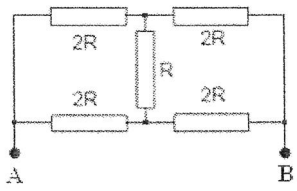
$$R_{AB} = R_1 + R_{2345} = 350\Omega$$

ц) $R_{AB} = \frac{R}{3}$.

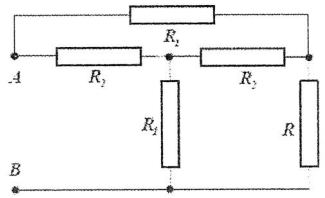
д) $R_{AB} = 3R$.

4. Задатак

Одредити еквивалентну отпорност између тачака A и B за мреже отпорника са слика 3.68 и 3.69.



Слика 3.68

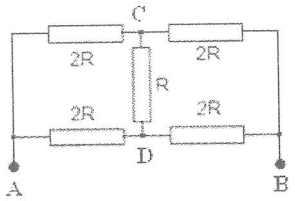


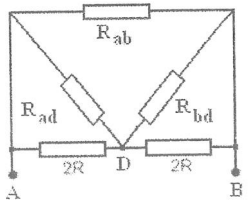
Слика 3.69

Решење:

а) Прво ћемо означити и неозначене чворове у колу са C и D. Пошто се мрежа не може упростити применом правила за редну и паралелну везу, мора се извршити трансформација било неког троугла у звезду или обрнуто. У наставку ће задатак бити решен на два начина: прво трансформацијом једне звезде у троугао, а затим једног троугла у звезду.

I Трансформација звезде са звездиштем у тачки C

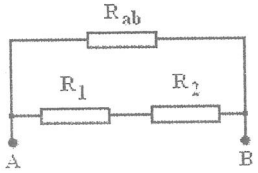




$$R_{ab} = 2R + 2R + \frac{2R \cdot 2R}{R} = 8R$$

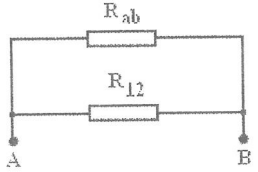
$$R_{bd} = R + 2R + \frac{R \cdot 2R}{2R} = 4R$$

$$R_{ad} = R + 2R + \frac{R \cdot 2R}{2R} = 4R$$



$$R_1 = \frac{R_{ad} \cdot 2R}{R_{ad} + 2R} = \frac{4}{3}R$$

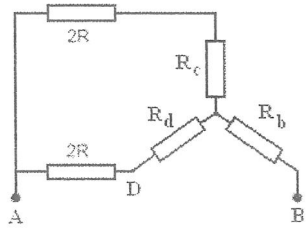
$$R_2 = \frac{R_{bd} \cdot 2R}{R_{bd} + 2R} = \frac{4}{3}R$$



$$R_{12} = R_1 + R_2 = \frac{8}{3}R$$

$$R_{AB} = \frac{R_{ab} \cdot R_{12}}{R_{ab} + R_{12}} = 2R$$

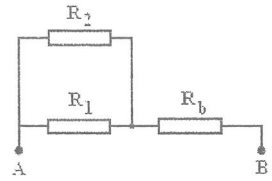
II Трансформација троугла CDB у звезду



$$R_b = \frac{2R \cdot 2R}{2R + 2R + R} = \frac{4}{5}R$$

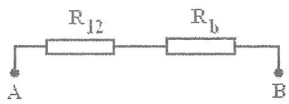
$$R_d = \frac{2R \cdot R}{2R + 2R + R} = \frac{2}{5}R$$

$$R_c = \frac{2R \cdot R}{2R + 2R + R} = \frac{2}{5}R$$



$$R_1 = 2R + R_d = \frac{12}{5}R$$

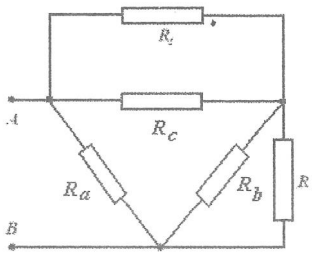
$$R_2 = 2R + R_c = \frac{12}{5}R$$



$$R_{12} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{12}{10}R$$

$$R_{AB} = R_{12} + R_b = 2R$$

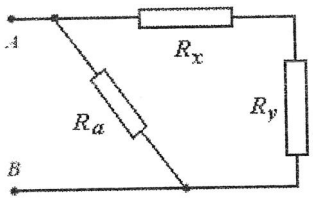
б) решење задатка са слике 3.69



$$R_a = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2} = 2R_1 + R_2 = 3500\Omega$$

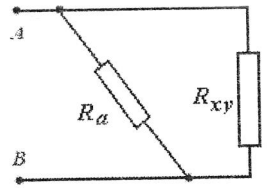
$$R_b = R_1 + R_2 + \frac{R_1 \cdot R_2}{R_2} = 2R_1 + R_2 = 3500\Omega$$

$$R_c = R_2 + R_2 + \frac{R_2^2}{R_1} = 2R_2 + \frac{R_2^2}{R_1} = \frac{3500}{3}\Omega$$



$$R_x = \frac{R_1 \cdot R_c}{R_1 + R_c} = 656.25\Omega$$

$$R_y = \frac{R \cdot R_b}{R + R_b} = 97.22\Omega$$

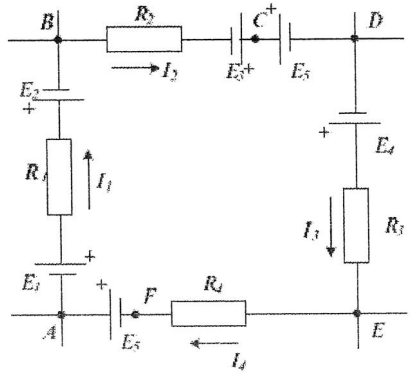


$$R_{xy} = R_x + R_y = 753.472\Omega$$

$$R_{AB} = \frac{R_a \cdot R_{xy}}{R_a + R_{xy}} = 620\Omega$$

5. Задатак

На слици 3.70 приказан је део једне шеме. Познато је E_1=10V, E_2=20V, E_3=30V, E_4=40V, E_5=50V, I_1=5A, I_2=4A, I_3=3A, I_4=2A, R_1=5Ω, R_2=3Ω, R_3=1Ω и R_4=10Ω. Одредити следеће напоне: $U_{AB}, U_{BD}, U_{ED}, U_{EA}, U_{FA}, U_{FC}, U_{AC}$.



Слика 3.70

Решење:

$$U_{AB} = -E_1 + R_1 I_1 + E_2 = E_5 - R_4 I_4 - R_3 I_3 + E_4 - E_5 + E_3 - R_2 I_2 = 35\,V$$

$$U_{BD} = R_2 I_2 - E_3 + E_5 = -E_2 - R_1 I_1 + E_1 + E_5 - R_4 I_4 - R_3 I_3 + E_4 = 32\,V$$

$$U_{ED} = 37\,V$$

$$U_{EA} = -30\,V$$

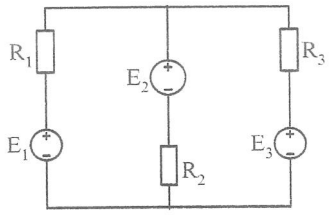
$$U_{FA} = -50\,V$$

$$U_{FC} = -R_4 I_4 + U_{ED} - E_5 = -33\,V$$

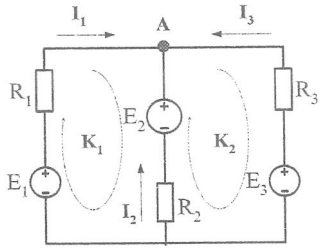
$$U_{AC} = U_{AB} + R_2 I_2 - E_3 = 17\,V$$

6. Задатак

За коло са слике 3.71 је познато: R_1=200Ω, R_2=100Ω, R_3=10Ω, E_1=60 V, E_2=48V, E_3=6V. Одредити струје у свим гранама применом:
а) Кирхофових закона,
б) Методе контурних струја.



Слика 3.71



Слика 3.71 а)

а) решавање по методи Кирхофових закона

чворА: $-I_1 - I_2 - I_3 = 0$

K_1 : $R_1 I_1 + E_2 - R_2 I_2 - E_1 = 0$

K_2 : $E_3 + R_2 I_2 - E_2 - R_3 I_3 = 0$

$-I_1 - I_2 = I_3$

$200I_1 - 100I_2 = 12$

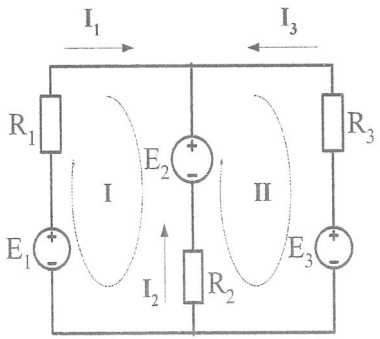
$100I_2 - 10I_3 = 42$

$200I_1 - 100I_2 = 12$

$10I_1 + 110I_2 = 42$

$I_1 = 0.24\,A$, $I_2 = 0.36\,A$, $I_3 = -0.6\,A$

б) решавање по методи контурних струја



$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} = E_I$

$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} = E_{II}$

$(R_1 + R_2) I_1 - R_2 I_{II} = -(E_2 - E_1)$

$-R_2 I_I + (R_2 + R_3) I_{II} = -(E_3 - E_2)$

$300I_I - 100I_{II} = 12$

$-100I_I + 110I_{II} = 42$

$I_I = 0.24\,A$, $I_{II} = 0.6\,A$

$\Rightarrow I_1 = I_I = 0.24\,A$, $I_2 = -I_I + I_{II} = 0.6\,A$,

$I_3 = -I_{II} = -0.6\,A$

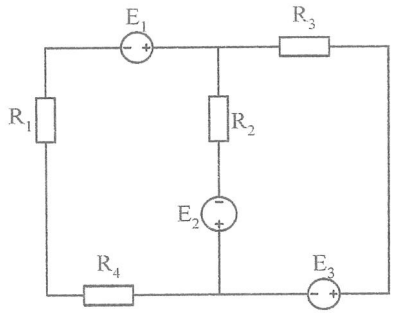
7. Задатак

За коло са слике 3.72 је познато: R_1=12Ω, R_2=50Ω, R_3=10Ω, R_4=8Ω E_1=6V, E_2=3V, E_3=1V. Одредити струје у свим гранама применом:

а) Кирхофових закона,

б) Методе контурних струја,

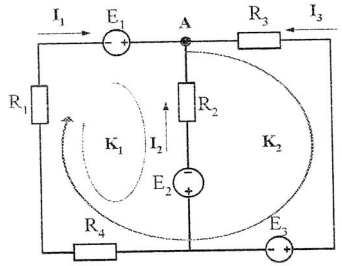
ц) Тевененове теореме.



Слика 3.72

Решење :

а) решавање по методи Кирхофових закона



чворА: $-I_1 - I_2 - I_3 = 0$

$K_1 : R_1 I_1 - E_1 - R_2 I_2 - E_2 + R_4 I_1 = 0$

$K_2 : -E_1 - R_3 I_3 + E_3 + R_4 I_1 + R_1 I_1 = 0$

$-I_1 - I_2 = I_3$

$20I_1 - 50I_2 = 9$

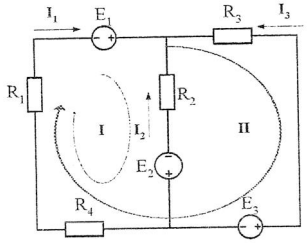
$20I_1 - 10I_3 = 5$

$20I_1 - 50I_2 = 9$

$30I_1 + 10I_2 = 5$

$I_1 = 0.2\,A \ , \ I_2 = -0.1\,A \ , \ I_3 = -0.1\,A$

б) Решавање по методи контурних струја



$R_{11} I_I + R_{12} I_{II} = E_I$

$R_{21} I_I + R_{22} I_{II} = E_{II}$

$(R_1 + R_2 + R_4) I_I + (R_1 + R_4) I_{II} = -(-E_1 - E_2)$

$(R_1 + R_4) I_I + (R_1 + R_3 + R_4) I_{II} = -(-E_1 + E_3)$

$70I_I + 20I_{II} = 9$

$20I_I + 30I_{II} = 5$

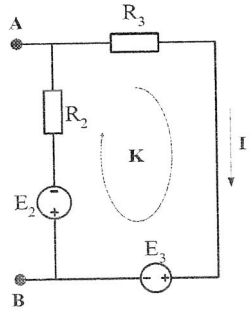
$I_I = 0.1\,A \ , \ I_{II} = 0.1\,A$

$\Rightarrow I_1 = I_I + I_{II} = 0.2\,A \ , \ I_2 = -I_I = -0.1\,A \ ,$

$I_3 = -I_{II} = -0.1\,A$

ц) решавање по методи Тевененове теореме

Одређивање струје I_1



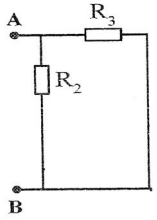
Одређивање елемената Тевененовог генератора

Напон Тевененовог генератора

$K : R_3 I + E_3 + E_2 + R_2 I = 0$

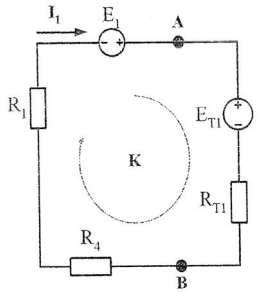
$\Rightarrow I = \dfrac{-E_2 - E_3}{R_2 + R_3} = -\dfrac{1}{15}\,A$

$\Rightarrow E_{T1} = U_{AB} = -R_2 I - E_2 = \dfrac{1}{3}\,V$



Отпор Тевененовог генератора

$R_{T1} = \dfrac{R_2 \cdot R_3}{R_2 + R_3} = \dfrac{25}{3}\,\Omega$

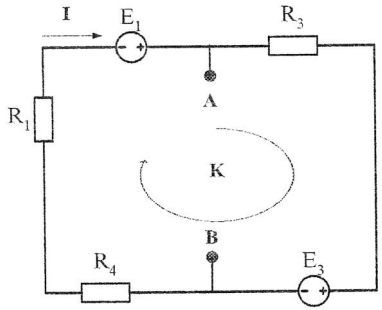


Прикључење гране са непознатом струјом I_1 на Тевененов генератор

$K : -E_1 + E_{T1} + R_{T1} I_1 + R_4 I_1 + R_1 I_1 = 0$

$\Rightarrow I_1 = \dfrac{E_1 - E_{T1}}{R_{T1} + R_4 + R_1} = 0.2\,A$

Одређивање струје I_2



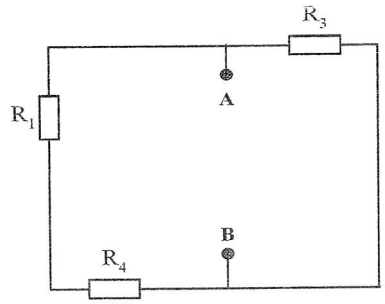
Одређивање елемената Тевененовог генератора

Напон Тевененовог генератора

$K : -E_1 + R_3 I + E_3 + R_4 I + R_1 I = 0$

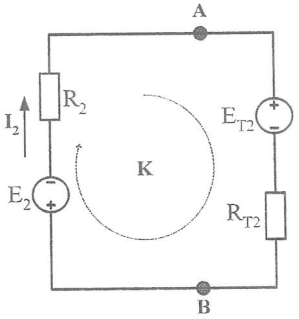
$\Rightarrow I = \dfrac{E_1 - E_3}{R_1 + R_3 + R_4} = \dfrac{1}{6}\,A$

$\Rightarrow E_{T2} = U_{AB} = R_3 I + E_3 = \dfrac{8}{3}\,V$



Отпор Тевененовог генератора

$R_{T2} = \dfrac{R_3 \cdot (R_1 + R_4)}{R_3 + R_1 + R_4} = \dfrac{20}{3}\,\Omega$

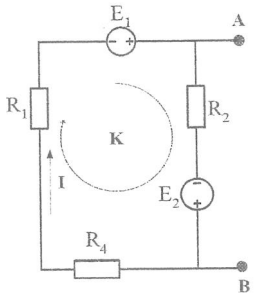


Прикључење гране са непознатом струјом I_2 на Тевененов генератор

$$K: E_{T2} + R_{T2}I_2 + E_2 + R_2I_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{-E_2 - E_{T2}}{R_{T2} + R_2} = -0.1\text{A}$$

Одређивање струје I_3



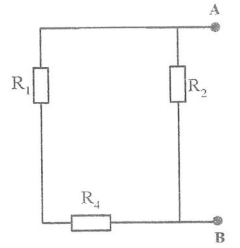
Одређивање елемената Тевененовог генератора

Напон Тевененовог генератора

$$K: -E_1 + R_2I - E_2 + R_4I + R_1I = 0$$

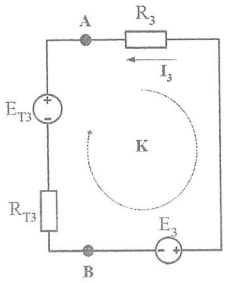
$$\Rightarrow I = \frac{E_1 + E_2}{R_1 + R_2 + R_4} = \frac{9}{70}\text{A}$$

$$\Rightarrow E_{T3} = U_{AB} = R_2I - E_2 = \frac{24}{7}\text{V}$$



Отпор Тевененовог генератора

$$R_{T3} = \frac{R_2 \cdot (R_1 + R_4)}{R_1 + R_2 + R_4} = \frac{100}{7}\Omega$$



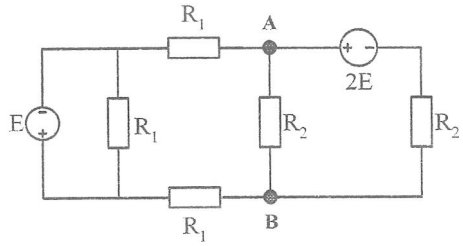
Прикључење гране са непознатом струјом I_3 на Тевененов генератор

$$K: -E_{T3} - R_{T3}I_3 + E_3 - R_3I_3 = 0$$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{-E_{T3} + E_3}{R_{T3} + R_3} = -0.1\text{A}$$

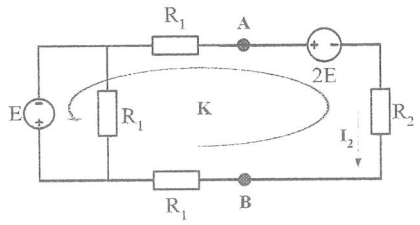
8. Задатак

Помоћу Тевененове теореме одредити струју у грани између тачака AB са слике 3.73 познато је: R_1=2Ω, R_2=4Ω, E=4V.



Слика 3.73

Решење :



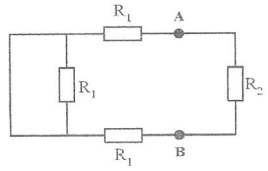
Одређивање елемената Тевененовог генератора

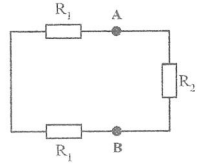
Напон Тевененовог генератора

$$K: -E - R_1I_2 - R_2I_2 - 2E - R_1I_2 = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{3E}{-(2R_1 + R_2)} = -\frac{3}{2}\text{A}$$

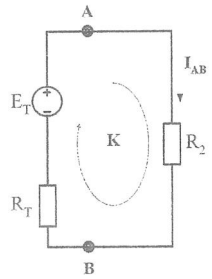
$$\Rightarrow E_T = U_{AB} = 2E + R_2I_2 = 2\text{V}$$





Отпор Тевененовог генератора

$$R_T = R_{AB} = \frac{R_2 \cdot (2R_1)}{2R_1 + R_2} = 2\Omega$$



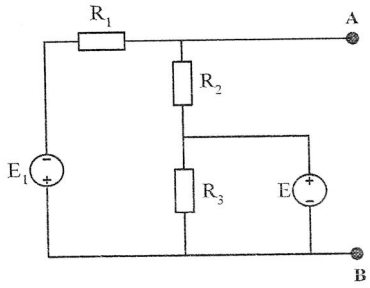
Прикључење гране са непознатом струјом на Тевененов генератор

$$K: -E_T + R_2I_{AB} + R_TI_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow I_{AB} = \frac{E_T}{R_T + R_2} = \frac{1}{3}\text{A}$$

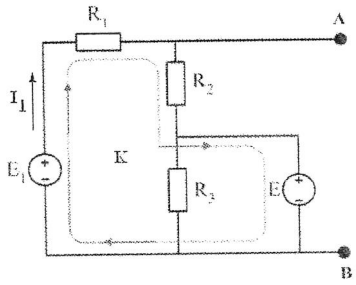
9. Задатак

Одредити параметре Тевененовог генератора E_T и R_T између тачака A и B са слике 3.74 ако је познато: R1=40Ω, R2=36Ω, R3=60Ω, E=120V, E1=128V.



Слика 3.74

Решење:

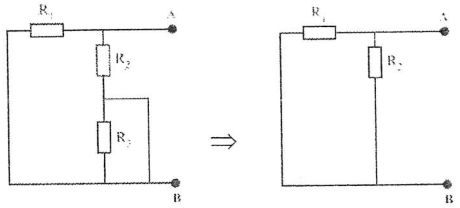


Одређивање елемената Тевененовог генератора напон Тевененовог генератора

$$K: -E_1 + R_1 I_1 + R_2 I_1 + E = 0$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{E_1 - E}{R_1 + R_2} = \frac{1}{7}\text{A}$$

$$\Rightarrow E_T = U_{AB} = R_2 I_1 + E = \frac{2352}{19}\text{V} \cong 123.79\text{V}$$



Отпор Тевененовог генератора

$$R_T = R_{AB} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{360}{19}\Omega \cong 18.95\Omega$$

10. Задатак

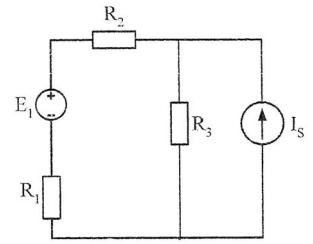
За електричну мрежу са слике 3.75 је познато:

$E_1 = 24\text{V}$, $I_S = 0.5\text{A}$, $R_1 = 10\Omega$, $R_2 = 20\Omega$, $R_3 = 10\Omega$.

а) применом Кирхофових закона одредити струје у свим гранама и израчунати снагу струјног генератора.

б) применом методе контурних струја одредити све струје у гранама електричног кола, снагу напонског генератора и снагу свих потрошача.

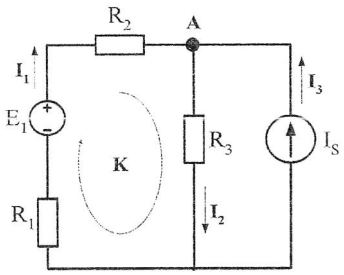
ц) применом Тевененове теореме одредити струју у грани са отпорником R_3.



Слика 3.75

Решење:

а) применом Кирхофових закона одредити струје у свим гранама и израчунати снагу струјног генератора



$$\text{чвор}A: -I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$K: -E_1 + R_2 I_1 + R_3 I_2 + R_1 I_1 = 0$$

$$I_3 = I_S = 0.5\text{A}$$

$$I_2 = I_1 + I_S$$

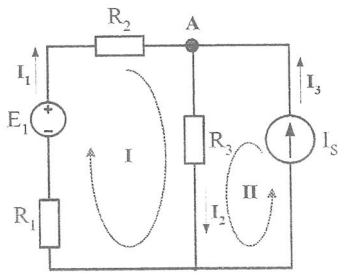
$$\Rightarrow I_1 = \frac{3}{20}\text{A} = 0.15\text{A}$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{13}{20}\text{A} = 0.65\text{A}$$

$$\Rightarrow I_3 = I_S = 0.5\text{A}$$

$$P_{I_S} = U_{I_S} \cdot I_S = R_3 \cdot I_2 \cdot I_S = 9.75\text{W}.$$

б) применом методе контурних струја одредити све струје у гранама електричног кола, снагу напонског генератора и снагу свих потрошача

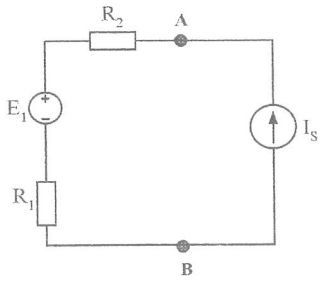


$$R_{11}I_I + R_{12}I_{II} = E_I$$
$$R_{21}I_I + R_{22}I_{II} = E_{II}$$
$$- - - - - - - - - - - - - -$$
$$I_{II} = I_S = 0.5\,A$$
$$- - - - - - - - - - - -$$
$$(R_1 + R_2 + R_3)I_I + R_3 I_S = -(-E_1)$$
$$60I_I = 24 - 30 \cdot 0.5 = 9$$
$$I_I = \frac{9}{60}A = \frac{3}{20}A$$

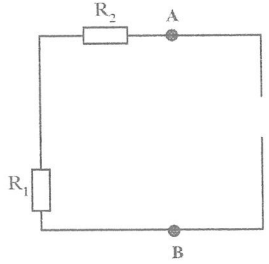
$$I_1 = I_I = \frac{3}{20}A = 0.15\,A$$
$$I_2 = I_I + I_{II} = 0.65\,A$$
$$I_3 = I_{II} = I_S = 0.5\,A$$

$$P_{E_1} = E_1 \cdot I_1 = 3.6\,W$$
$$P_{R_1} = R_1 I_1^2 = 0.225\,W$$
$$P_{R_2} = R_2 I_1^2 = 0.45\,W$$
$$P_{R_3} = R_3 I_2^2 = 12.675\,W$$

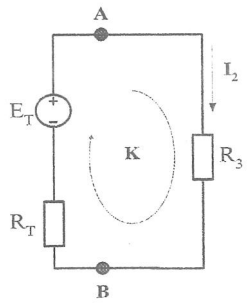
ц) применом Тевененове теореме одредити струју у грани са отпорником R_3.



$$E_T = U_{AB} = R_2 I_S + E_1 + R_1 I_S = 39\,V$$



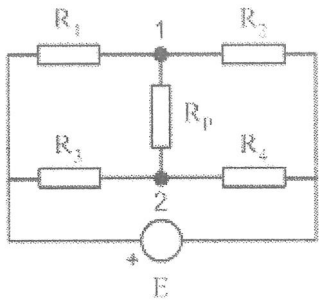
$$R_T = R_2 + R_1 = 30\,\Omega$$



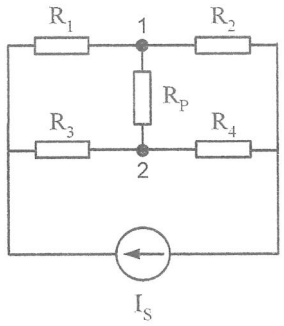
$$K: -E_T + R_3 I_2 + R_T I_2 = 0$$
$$\Rightarrow I_2 = \frac{E_T}{R_T + R_3} = \frac{39}{60}A = 0.65\,A$$

11. Задатак

На сликама 3.76 и 3.77 приказане су електричне мреже за које је познато: $R_1 = 8\Omega$, $R_2 = 4\Omega$, $R_3 = 9\Omega$, $R_4 = 3\Omega$, $E = 12V$, $I_S = 2A$. Одредити параметре еквивалентног Тевененовог генератора између тачака 1 и 2. Затим одредити отпорност потрошача R_P тако да се на њему развије максимална снага Џулових губитака и израчунати ту снагу.



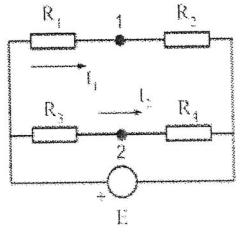
Слика 3.76



Слика 3.77

Решење:

а) решавање електричног кола са слике 3.76

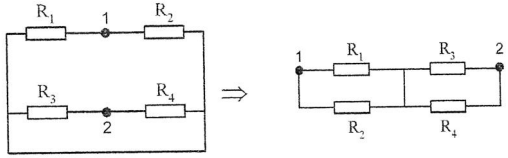


Одређивање напона Тевененовог генератора

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + R_2} = 1A$$

$$I_2 = \frac{E}{R_3 + R_4} = 1A$$

$$\Rightarrow E_T = -R_1 I_1 + R_3 I_2 = 1V$$



Одређивање отпора Тевененовог генератора

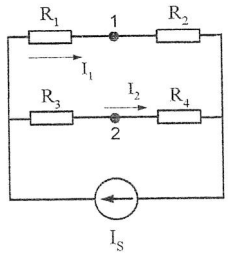
$$R_T = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} + \frac{R_3 \cdot R_4}{R_3 + R_4} = \frac{59}{12}\Omega$$

Услов прилагођења по снази $R_P = R_T$

$$R_P = R_T = \frac{59}{12}\Omega$$

$$P_{max} = \frac{4 \cdot E_T^2}{R_T} = \frac{48}{59}W$$

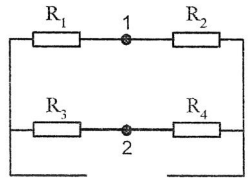
б) решавање електричног кола са слике 3.77



$$I_1 = \frac{R_3 + R_4}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} I_S = 1A$$

$$I_2 = \frac{R_1 + R}{R_1 + R_2 + R_3 + R_4} I_S = 1A$$

$$\Rightarrow E_T = -R_1 I_1 + R_3 I_2 = 1V$$



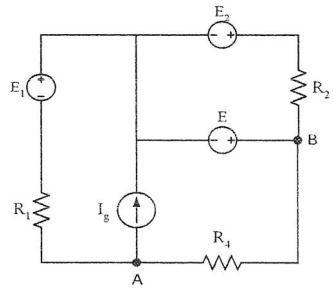
$$R_T = \frac{(R_1 + R_3)(R_2 + R_4)}{R_1 + R_3 + R_2 + R_4} = \frac{119}{24}\Omega$$

$$R_P = R_T = \frac{119}{24}\Omega \quad , \quad P_{max} = \frac{4 \cdot E_T^2}{R_T} = 0.8\,W .$$

12. Задатак

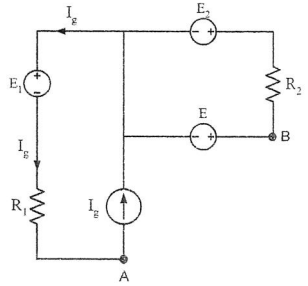
За електричну мрежу са слике 3.78 је познато:

$E_1 = 5V$, $E_2 = 5V$, $E = 15V$, $I_g = 1A$, $R_1 = R_2 = R_4 = 10\Omega$. применом Тевененове теореме израчунати струју у грани са отпорником R_4.



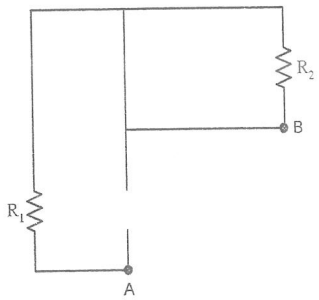
Слика 3.78

Решење:



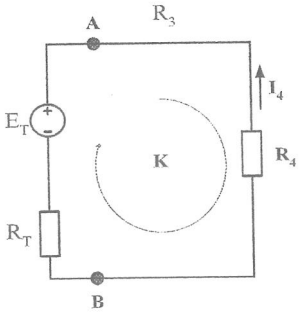
Одређивање напона Тевененовог генератора

$$E_T = U_{AB} = -R_1 I_g - E_1 - E = -20V$$



Одређивање отпора Тевененовог генератора

$$R_T = R_{AB} = R_1 = 10\Omega$$



Одређивање струје кроз грану са отпорником R_4

$$K: -E_T - R_4 I_4 - R_T I_4 = 0$$

$$\Rightarrow I_4 = \frac{-E_T}{R_4 + R_T} = -1\,A$$

4. ДЕЈСТВА ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

4.1 ТОПЛОТНО ДЕЈСТВО ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

4.1.1 ЗАГРЕВАЊЕ ПРОВОДНИКА ЕЛЕКТРИЧНОМ СТРУЈОМ

Раније је речено да је електрична струја у металним проводницима усмерено кретање слободних електрона. Они се на свом путу сударају са честицама материје и при том им предају један део своје кинетичке енергије. Како је енергија неуништива и претвара се само из једног облика у други, енергија коју усмерени слободни електрони предају проводнику ће ићи на повећање топлотне енергије проводника.

Количина топлотне енергије која се добија претварањем електричне енергије у неком проводном материјалу који има електричну отпорност R, при проласку струје I кроз њега, дата је Џуловим законом који гласи: Топлотна енергија или рад који изврши електрична струја при проласку кроз проводник одређене отпорности једнака је производу квадрата струје, електричног отпора и времена протицања те струје,

$$W = I^2 \cdot R \cdot t \ [Ws] \qquad (4.1)$$

где је W – електрична енергија претворена у топлотну, изражена у џулима [J] или ватсекундама [Ws], I – јачина електричне струје у амперима [A], R – електрични отпор у омима [Ω], и t – време у секундама[s].

Ако неком електричном колу није позната вредност електричног отпора R, у коме се врши претварање електричне енергије у топлотну, а позната је вредност напона U, на који је тај отпор прикључен и вредност јачине електричне струје I која кроз тај отпор протиче, количина енергије W се израчунава по обрасцу

$$W = U \cdot I \cdot t \ [Ws] \qquad (4.2)$$

јер је,

$$R = \frac{U}{I} \qquad (4.3)$$

па је,

$$W = I^2\left(\frac{U}{I}\right)\cdot t = U\cdot I\cdot t \quad [W\,s] \tag{4.4}$$

Ако је позната вредност напона U на који је прикључен и позната вредност отпора R, добија се преко обрасца

$$W = I^2\cdot R\cdot t \tag{4.5}$$

а како је

$$I = \frac{U}{R} \tag{4.6}$$

следи

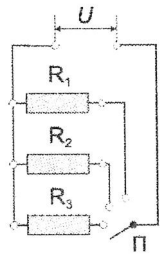
$$W = R\ t\left(\frac{U^2}{R^2}\right) \tag{4.7}$$

Па је,

$$W = \frac{U^2}{R}t \quad [W\cdot s] \tag{4.8}$$

4.2 ПРИМЕНА ТОПЛОТНОГ ДЕЈСТВА ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

Примена топлотног дејства електричне струје је врло велика и значајна. Електрични штедњак. Користи се у домаћинству. На њему је могућа фина регулација количине топлоте укључивањем различитих вредности отпора у коло одређеног напона.



Слика 4.1. *Принцип укључивања отпора по сегментима*

Елемент у коме се врши претварање електричне енергије у топлотну назива се грејна плоча. Она се састоји из више сегмената одређеног отпора. На слици 4.1. приказана су три сегмента чији су отпори R_1, R_2 и R_3. Укључивањем појединих отпора, чије су вредности различите, добија се различита снага. Да би се постигла већа снага грејача, потребно је смањити отпор. На пример, двоструким смањењем вредности отпора за исту вредност напона струја ће два пута порасти, а створена количина топлоте ће бити четири пута већа, јер је топлотна енергија сразмерна квадрату јачине електричне струје.

1) Електрични бојлер.

Он ради на принципу претварања електричне енергије у топлотну, која се користи за загревање воде. Грејна тела, у којима се електрична енергија претвара у топлотну називамо грејачима. Они се потапају у воду и води одају топлотну енергију те је загревају. Да би се постигла тачно одређена вредност температуре воде, у бојлере се уграђују посебни регулациони елементи – термостати, који искључују напајање грејача воде када температура достигне жељену вредност. Када температура воде опадне испод одређене вредности, термостат укључује поновно напајања грејача воде и поступак загревања се понавља.

Сем наведених уређаја који претварају електричну енергију у топлотну постоји и низ других, који имају широку примену у домаћинству и шире. Поменућемо електричну пеглу, електричну грејалицу, електричну сијалицу са ужареним влакном, сушило за косу и др.

Код електричне пегле, решоа и грејалице принцип рада је исти као и код грејне плоче штедњака или грејача бојлера.

Код електричних сијалица са ужареним влакном електрична енергија проласком струје кроз влакно сијалице ствара високу температуру, доводи влакно до усијања и оно зрачи светлосну енергију. Пошто су у питању врло високе температуре, влакно сијалице се израђује од материјала који има високу тачку топљења (осмијум, волфрам). Да би век трајања влакна односно сијалице био што дужи, влакно се ставља у стаклени балон из којег је одстрањен ваздух или је у њега стављен неки инертни гас.

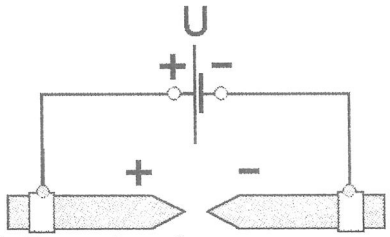
2) Топљиви осигурач.

Није потребно посебно наглашавати позитивни значај топлотног дејства електричне струје и његову широку примену. Међутим оно може да буде и веома штетно у водовима електричне инсталације, пошто се електрична енергија претвара у топлотну проласком струје кроз проводнике и загрева их. За одређену вредност јачине струје, која напаја пријемник, напојни вод ће се више загревати ако му је попречни пресек мањи. Са порастом температуре проводника изнад одређене вредности, долази до оштећења изолације проводника, могућ је кратак спој и паљење материјала који се налазе уз проводник, што изазива пожар у објекту. Да би се спречило опасно повећање температуре проводника, потребно је одабрати такав пресек проводника да у њему при проласку одређене јачине струје, не дође до критичног повећања температуре. Но, са повећањем попречног

пресека проводника расте и утрошак материјала, то поскупљује електричну инсталацију, што је такође штетна последица топлотног дејства електричне струје.
Избор потребног пресека проводника врши се према јачини струје која ће у нормалним условима рада тећи кроз пријемник. Услед квара пријемника могућа је појава далеко веће вредности струје од оне при нормалном раду. У том случају пресек проводника не задовољава, па би се он загревао. Да би се то избегло, на једном делу електричног кола се намерно смањује попречни пресек проводника тако да, при појави веће јачине струје од предвиђене на том делу долази до стварања велике количине топлоте и топљења тог дела вода. На тај начин се струјно коло прекида. Тако је остали део струјног кола заштићен од прегревања и тиме се спречава евентуални настанак пожара. Намерно смањен попречни пресек напојног вода називамо топљиви осигурач. У њему је корисно употребљено топлотно дејство електричне струје.

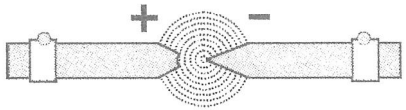
3) Електрични лук.

Две графитне шипке, прикључене на позитиван и негативан пол извора једносмерне струје, представљају електроде, слика 4.2.



Слика 4.2. *Електроде за формирање електричног лука*

Ако су врхови тих електрода међусобно размакнути, неће се појавити електрична струја, јер се између њих налази ваздух, који је изолатор и не проводи електричну струју. У случају када се врхови електрода додирну, кроз коло ће протицати електрична струја.
Раздвајањем електрода струјно коло се неће прекинути, а између њих ће се појавити електрични лук који даје јаку белу светлост. Крајеви електрода и простор између њих се јако загревају, па температура лука достиже и 3500 до 4000 °C. При том је карактеристично да позитивна електрода добија удубљење на врху (троши се) и њена температура је већа од температуре негативне електроде, код које се јавља испупчење, слика 4.3.

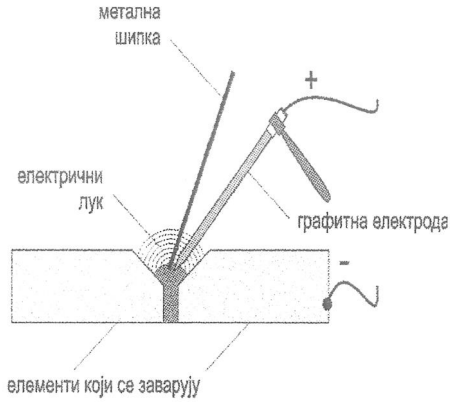


Слика 4.3. *Формирање електричног лука*

Због високе температуре коју развија, електрични лук се користи у електролучним пећима за топљење метала. Сама пећ се састоји од кућишта које је отпорно на високе температуре, а у њеној унутрашњости су смештене електроде, које стварају електрични лук а тиме и потребну топлоту за топљење метала.
Као што је већ речено, захваљујући високој температури коју одаје, електрични лук ствара интензивну белу светлост, па се користи и за осветљење у случајевима када је потребан изузетно велики интензитет светлости. Овакав лук, прилагођен за осветљење, називамо електролучна лампа или електрична свећа.
Значајна примена електричног лука је и при заваривању металних делова. Споменућемо два начина заваривања метала коришћењем електричног лука

1. електролучно заваривање помоћу графитне електроде
2. електролучно заваривање помоћу металне електроде.

Поступак електролучног заваривања помоћу графитне електроде састоји се у томе што се метал који се заварује користи као једна електрода, а графитна шипка као друга. У електрични лук, који се ствара између ових електрода ставља се метална жица, која се због високе температуре лука топи. Отопина упада између делова метала који се заварују и на тај начин се делови чврсто повезују, (слика 4.4).



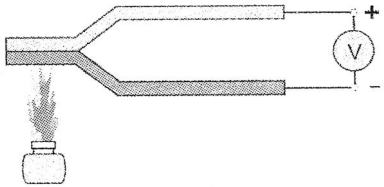
Слика 4.4. *Принцип заваривања помоћу графитне електроде*

Поступак електролучног заваривања помоћу металне електроде састоји се у томе што је једна електрода метал који се заварује а друга је метална електрода у облику металне жице (шипке). При појави електричног лука, услед високе температуре, метална електрода се топи и на тај начин се метални делови међусобно заварују.

4) Термоелектрицитет

Раније је речено да је у металним проводницима електрична струја усмерено кретање слободних електрона, што значи да метални проводници у себи садрже слободне електроне. Број тих електрона у јединици запремине није исти код свих метала.

Ако два различита метала спојимо, доћи ће до изједначавања слободних електрона у њима. У том случају ће електрони из метала који има већи број слободних електрона по јединици запремине прелазити у метал са мањом густином електрона. На тај начин ће метал који одаје електроне другом металу остати са мањком електрона, па ће бити позитивно наелектрисан у односу на метал који је примио електроне. Ако би слободне крајеве тих метала повезали са осетљивим волтметром (слика 4.5), он би показао одређену малу потенцијалну разлику.



Слика 4.5. *Принцип добијања термонапона*

Ако би такав спој два метала загревали, приметили би смо да напон између хладних крајева метала расте. Наиме, загревањем споја два метала долази до интензивираног преласка слободних електрона са једног метала на други, а како та два метала преко намотаја волтметра чине затворено струјно коло, кроз њега тече електрична струја. Ова струја је настала деловањем топлоте на спој два метала, те се назива термоелектрична струја, а сила која је изазива назива се термоелектромоторна сила.

Вредност термоелектромогорне силе зависи од температурне разлике споја два метала и њихових слободних крајева.

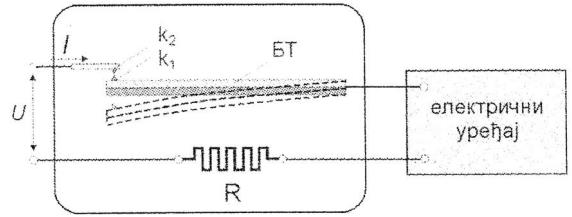
Особина оваквог споја искоришћена је за мерење температуре, а сам спој називамо термоелемент. Спој се поставља на место где се жели мерити вредност непознате температуре. За одређену температуру споја јавља се одређена вредност напона коју показује волтметар. Уместо да се на скали инструмента означи вредност напона, може се означити и вредност температуре и директно очитавати вредност температуре споја.

Термоелементи се, углавном, користе за мерење температура на местима која су непогодна за друге методе мерења јер се он поставља (уграђује) на место где се жели мерити температура, а сам мерни инструмент на место погодно за очитавање. Он се користи и за мерење врло високих или ниских температура које класични термометри не могу мерити.

5) Биметални релеј

Топлотно дејство електричне струје примењује се и у сврху заштите од преоптерећења електричних машина и уређаја. То се постиже помоћу уређаја који називамо термички или биметални релеј.

Такав уређај је шематски приказан на слици 4.6 и састоји се из два струјна контакта ($к_1$ и $к_2$), биметалне траке БТ и радног отпора Р.



Слика 4.6. *Принцип заштите применом биметалног релеја*

Биметална трака је чврст спој две траке метала са различитим коефицијентима термичког ширења.

Ако, на пример, због преоптерећења порасте јачина струје која напаја електрични уређај, она ће у отпорнику стварати повећану количину топлоте, услед чега ће се, сем отпорника, загревати и биметална трака. Због различитих коефицијената термичког ширења метала, који чине биметалну траку, доћи ће до савијања траке и самим тим до раздвајања струјних контаката и прекида електричног струјног кола. Прекидањем струјног кола спречава се оштећење уређаја услед преоптерећења.

Хлађењем биметалне траке долази до њеног исправљања и поновног успостављања електричног кола преко струјних контаката релеја.

Међутим, уколико након укључења оптерећење није отклоњено, биметална трака ће се поново загрејати и искључити уређај и то ће се понављати све док узрок преоптерећења или квара уређаја не буде отклоњен.

4.3 ПРОБЛЕМ ПРЕНОСА ЕЛЕКТРИЧНЕ ЕНЕРГИЈЕ НА ДАЉИНУ

Електрична енергија се од места производње до места потрошње преноси водовима у облику напона и струје. Она се добија претварањем механичке енергије у електричну енергију. Механичка енергија се у термоелектранама добија из топлотне енергије горива. У хидроелектранама и ветроелектанама механичка енергија се добија из кинетичке енергије флуида који се користи за покретање турбина генератора.

Подручја богата угљем, (који се углавном користи у термоелектранама), односно погодна места на водотоковима за изградњу хидро или термонуклеарних електрана су обично удаљена од насеља у којима се користи електрична енергија. Зато се таква енергија путем далековода преноси до места потрошње.

Када треба да пренесемо електричну снагу P на одређену удаљеност, из израза за снагу

$$P = U \cdot I \quad [W] \tag{4.9}$$

видимо да то можемо да урадимо високим напоном, малом струјом и обрнуто, ниским напоном и великом струјом.

При преносу електричне енергије на даљину, због протицања струје кроз водове далековода, долази до претварања електричне енергије у топлотну у водовима далековода, који имају свој електрични отпор.

Електрична енергија, претворена у топлотну, дата је следећим изразом

$$W = I^2 \cdot R_v \cdot t \quad [Ws] \tag{4.10}$$

где је: R_v – отпор водова далековода у [Ω], I - јачина струје у [A], t – време за које електрична струја тече кроз водове у [s].

Електрична енергија која се троши на загревање водова далековода представља губитке. Како ови губици зависе од квадрата јачине струје, јасно је да електричну енергију треба преносити што мањом јачином струје, како би се они умањили. За мале вредности струје потребан је мали пресек водова, а самим тим постиже се и уштеда у материјалу за израду водова. Исто тако за водове мањих попречних пресека, мања је и цена електричних стубова који их носе, у односу на стубове који носе водове већих попречних пресека.

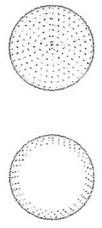
Из наведеног закључујемо да је за пренос електричне енергије помоћу малих струја потребно имати високе напоне. За велике вредности напона потребни су квалитетни изолациони материјали за изолаторе на којима су водови постављени. Зато су величине напона који се користе при преносу електричне енергије ограничене степеном развоја технологије израде изолационих материјала.

С друге стране, електрични пријемници нису погодни да раде на високим напонима, јер се са повећањем напона повећава и угроженост руковаоца пријемника од струјног удара. Из тих разлога је, при преносу електричне енергије од генератора до пријемника, потребно прво подићи напон на велику вредност па такву нергију, у облику високог напона и мале струје, пренети до места потрошње, а потом на месту примене снизити вредност напона на вредност погодну за напајање електричних пријемника, која је мање опасна за руковаоце.

Знамо да се електрична енергија користи у два облика: једносмерног напона и струје и наизменичног напона и струје.

Наизменични напон је погоднији од једносмерног за подизање на високе вредности и снижавање на жељене вредности напона, па је зато електрична енергија у облику наизменичног напона и струје погоднија за пренос на велике даљине. Из тих разлога електрична енергија у облику наизменичног напона и струје има далеко већу примену од електричне енергије једносмерног напона и струје.

С друге стране, једносмерна и наизменична струја се различито понашају приликом проласка кроз проводник (слика 4.7.).



Слика 4.7. *Расподела струје по површини попречног пресека проводника*
а) *једносмерна струја, б) наизменична струја*

Наиме, једносмерна струја тече равномерно по пресеку проводника (слика 4.7.а), а наизменична по површини проводника (слика 4.7.б). У којој мери наизменична струја тече по површини проводника зависи од учесталости (фреквенције) те струје. Што је она већа, мања количина струје тече по унутрашњости проводника, а више на површини. Зато се проводници далековода за наизменичну струју израђују у облику ужета (састоје се из више упарених жица које чине проводник), како би се повећала површина пресека по коме тече наизменична струја. Због ове особине наизменичне струје да тече по спољашњој површини пресека проводника, лако је закључити да електрични отпор једне жице одређеног попречног пресека има већу вредност ако кроз њега протиче наизменична струја у односу на вредност када кроз њега протиче једносмерна струја. Ако пођемо од израза за отпор R

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{S} \quad [\Omega] \tag{4.11}$$

па га применимо на вод када кроз њега протиче једносмерна електрична струја, добијамо

$$R_{=} = \rho \cdot \frac{\ell}{S_1} \quad [\Omega] \tag{4.12}$$

где је $R_=$ - отпор вода при једносмерној струји, S_1 – попречни пресек вода кроз који протиче једносмерна струја (то је у ствари укупна површина пресека вода).

Отпор тог вода наизменичној електричној струји дат је изразом

$$R_{\sim} = \rho \cdot \frac{\ell}{S_2} \quad [\Omega] \tag{4.13}$$

где је R~ - отпор вода при наизменичној струји, S_2 – попречни пресек вода кроз који протиче наизменична струја. Како је S1 веће од S_2, јасно је да је отпор неког вода наизменичној струји већи од отпора једносмерној струји

$$R_{\sim} > R_{=} \tag{4.14}$$

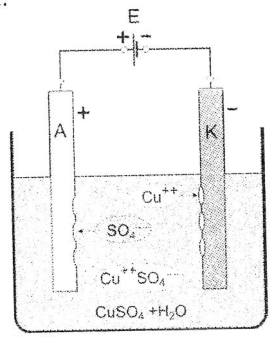
Ако ову особину, да је отпор проводника наизменичној струји већи од отпора једносмерној струји, имамо у виду при преносу електричне енергије, долазимо до закључка да би пренос електричне енергије на даљину био погоднији од преноса наизменичном

$$P_v = I^2 \cdot R_v \quad [W] \tag{4.15}$$

где је Rv – отпор вода кроз који тече електрична струја I у [A]. Пошто је при истој вредности једносмерне и наизменичне струје отпор водова већи ако кроз њих пролази наизменична струја, значи да ће и губици у водовима бити већи при преносу исте количине електричне енергије наизменичном струјом и напоном. Са тог становишта, за пренос електричне енергије на даљину погоднија је једносмерна струја од наизменичне.
Али, с друге стране, наизменични напон и струја се могу повећавати и снижавати преко посебних уређаја – трансформатора који врше трансформацију наизменичних струја и напона на веће или мање вредности, али не и једносмерних. Ипак, данас постоји начин да се и вредности једносмерног напон и струје повећају или смање, али је техника тог повећавања или снижавања још увек веома скупа, тако да данас још није економски оправдано преношење електричне енергије једносмерном струјом и напоном на велике даљине.

4.4 ХЕМИЈСКО ДЕЈСТВО ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

Раније је речено да је у металним проводницима електрична струја усмерено кретање слободних електрона и да при протицању те струје кроз металне проводнике долази до загревања истих. Међутим, при томе у металним проводницима не долази ни до каквих хемијских промена.
Проласком електричне струје кроз течни проводник (електролит) она га загрева и хемијски разлаже. То разлагање течног проводника под дејством електричне струје назива се електролиза.



Слика 4.8. *Хемијски процеси електролизе*

Посматраћемо електролизу бакарног сулфата (C_uSO_4), раствореног у води (слика 4.8). У суду су потопљене бакарне електроде прикључене на извор једносмерне струје и напона.

Молекул бакарног сулфата се у води разлаже на позитиван и негативан јон. Позитивни јон (Cu++) креће се ка катоди (катјон) и везује за њу. Негативни јон (SO_4- -) креће се ка аноди (анјон), који се на аноди везује са јоном бакра и формира молекул бакарног сулфата

$$Cu^{++} + SO_4^{--} = Cu^{++}SO_4^{--} \tag{4.16}$$

Овај молекул се одваја од аноде, долази у раствор, где се поново разлаже на позитиван и негативан јон. Позитиван јон бакра иде на катоду и ту се задржава, а негативан јон иде на аноду где се везује са бакром.
Тако се формира молекул бакарног сулфата који се поново враћа у раствор и разлаже.
На овај начин, приликом електролизе бакарног сулфата, бакар се непрестано преноси са аноде на катоду. За време овог процеса концентрација бакарног сулфата у води се смањује, а маса катоде повећава.

4.5 ФАРАДЕЈЕВИ ЗАКОНИ ЕЛЕКТРОЛИЗЕ

Изучавајући појаву електролизе, Мајкл Фарадеј је утврдио да је количина материје која се издваја из електролита управо сразмерна јачини струје која пролази кроз електролит и времену протицања те струје. То је уједно и најважнији закон електролизе и дат је изразом

$$m = k \cdot I \cdot t \quad [kg] \tag{4.17}$$

где је m - издвојена маса на катоди у [kg], k - електрохемијски еквивалент, I - јачина струје у [A], и t - време протицања струје кроз електролит у [s] .
Електрохемијски еквивалент к представља количину материје која се издвоји на катоди при протицању струје од 1 А за време од 1 s
Овај закон, (дат изразом 1), представља *I Фарадејев закон електролизе.*
Фарадеј је први утврдио да иста јачина струје за исто време излучи из различитих електролита различите количине материје, што је дефинисано II Фарадејевом законом електролизе: *Одређена јачина струје излучи из различитих електролита количине материја које су пропорционалне електрохемијским еквивалентима тих материја.*

$$m_1 : m_2 = k_1 : \cdot k_2 \tag{4.18}$$

4.6 ЕЛЕКТРОЛИЗА

Електролиза је веома значајна због њене примене у практичне сврхе. Најзначајнија примена електролизе је

- добијање чистих метала
- галваностегија
- галванопластика.

Добијање чистих метала

Примену електролизе за добијање чистих метала објаснићемо на примеру добијања електролитичког (чистог) бакра.
Бакар добијен из руде бакра на класичан начин није у потпуности чист, већ садржи одређени проценат примеса. Такав бакар се назива сирови бакар. Како се бакар, због свог малог специфичног отпора, користи као добар проводник електричне струје, и најмање примесе би знатно утицале на његову проводљивост. Одстрањивање примеса у сировом бакру постиже се применом електролизе.
Поступак добијања је следећи: непречишћени (сирови) бакар се постави као анода у раствор бакарног сулфата, а као катода служи танак лим од чистог бакра. Када се електроде прикључе на једносмерни напон, кроз електролит ће потећи струја , при чему се на катоди издваја чист бакар, који се зове – електролитички бакар. Овим поступком се примесе, које се налазе у сировом бакру, таложе у раствор бакарног сулфата.

4.7 ГАЛВАНИЗАЦИЈА

Раније је напоменуто да при електролизи долази до преношења метала са аноде на катоду, ако је електролит раствор соли метала од које је начињена анода. Ова особина је искоришћена да би се предмети, израђени од метала који нису постојани на ваздуху или немају жељени естетски изглед, пресвукли слојем метала који је отпоран на хемијско деловање средине или има лепши изглед. Техника пресвлачења предмета танким слојем другог метала назива се галванизација. Најчешће се то пресвлачење врши цинком, никлом, хромом златом или сребром.
Поступак је следећи: метал са којим се жели пресвући неки предмет поставља се као анода у електролит који представља раствор соли тог метала којим се жели извршити пресвлачење. Прикључивањем електрода на једносмерни напон долази до преношења танког слоја метала са аноде на катоду.
Дебљина нанесеног слоја метала на предмет који се пресвлачи (катоду), зависи од јачине струје и времена протицања кроз електролит.

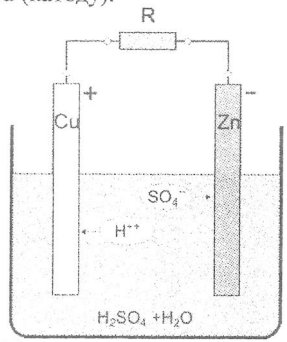
4.8 ГАЛВАНОПЛАСТИКА

Помоћу електролизе могуће је добити верне копије металних предмета. На пример, ако би желели добити копију металног новца, поступак је следећи:
У некој пластичној маси или воску, направи се отисак једне стране новца. Овај отисак представља катоду у процесу електролизе. Међутим, како пластичне масе или восак представљају изолаторе и не проводе електричну струју, потребно је

овако направљен отисак пресвући танким слојем проводног материјала. У ту сврху се користи графит, који се у врло танком слоју наноси на катоду. На тај начин катода постаје проводна и тиме је омогућено преношење метала са аноде на катоду. Тако се добија тродимензионална метална копија предмета верна оригиналу. Овај процес електролизе, при којем се добијају верне металне копије предмета, назива се галванопластика.

4.9 ГАЛВАНСКИ ЕЛЕМЕНТИ

Галвански елементи су извори једносмерне струје. У њима се путем хемијских процеса добија електрична енергија у облику једносмерног напона и струје. На слици 4.9 приказан је шематски један такав елемент. Он се састоји из посуде у којој се налази раствор сумпорне киселине ($H_2SO_4 + H_2O$), у којој су потопљене електроде од бакра и цинка. Сумпорна киселина раствара цинк, а како он при томе лако отпушта електроне, ослобођене електроне оставља на цинканој плочи, а молекул цинка одлази у раствор као позитиван јон. Бакарна плоча у раствору сумпорне киселине мање се разлаже од цинка и на тај начин расте потенцијална разлика између бакарне и плоче од цинка. Разлика потенцијала између електрода у оваквом елементу износи 1,1 V и представља електромоторну силу овог елемента. Када се електроде преко пријемника R повежу проводником, потећи ће струја, јер ће вишак електрона са плоче од цинка (аноде) преко пријемника прелазити на плочу од бакра (катоду).



Слика 4.9. *Галвански елемент, хемијски процеси*

Из наведеног примера се може закључити да електроде морају бити направљене од различитих материјала да би се у галванском елементу појавила електромоторна сила. Величина те електромоторне силе не зависи од величине електрода већ само од врсте материјала који се користе као електроде.
У наведеном примеру галванског елемента, анјон сумпорне киселине (SO_4- -) одлази на електроду од цинка и при томе је разлаже стварајући цинк сулфид (Z_nSO_4). Катјон водоника одлази на бакарну плочу и ту се таложи у облику малих мехурића. На тај начин се повећава електрични отпор елемента, односно опада јачина струје коју елемент може дати. Ова појава таложења мехурића водоника на бакарној плочи и повећавање унутрашњег отпора галванског елемента назива

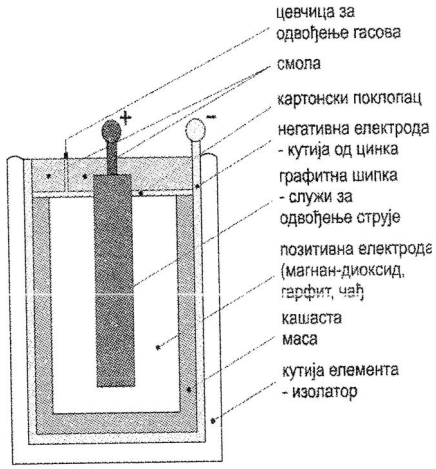
се поларизација. Спречавање ове појаве назива се деполаризација, а материјал којим се то постиже називамо деполаризатор. Као деполаризатор се најчешће користи смеша манган-диоксида, графита и чађи.

4.9.1 ЛЕКЛАНШЕОВ ЕЛЕМЕНТ

Галвански елемент код којег је једна електрода направљена од цинка а друга од угљеника, а као електролит служи раствор амонијум хлорида (NH_4Cl) у води, назива се Лекланшеов елемент. Код њега се као деполаризатор користи манган диоксид. Електромоторна сила овог елемента износи 1,5 V. На слици 4.10 шематски је приказан један такав елемент, који и данас има широку примену. Електролит је раствор нишадора у води, коме су додати штирак и брашно, тако да уместо течног електролита имамо кашасту масу. Важна карактеристика ових елемената, сем електромоторне силе, је и капацитет Q. То је количина електрицитета коју елемент даје при пражњењу, преко отпорника од 10 Ω, све док му вредност напона не падне на 0,7 V, при температури од 20 °C.

$$Q = I \cdot t \ [A\,s] \tag{4.19}$$

Номинални капацитет галванског елемента се изражава у амперчасовима [Ah] и зависи од количине материјала који учествују у хемијским процесима.



Слика 4.10. *Структура Лекланшеовог елемента*

Важна електрична карактеристика галванских елемената је и унутрашњи отпор елемента. Његова вредност, са испаравањем електролита, расте. При формирању

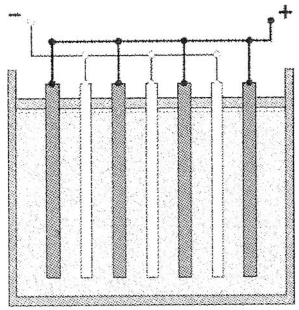
галванских елемената вредности унутрашњег отпора су мање од 1 Ω, а током експлоатације или стајања могу нарасти на десетак пута већу вредност.
Код галванских елемената електромоторна сила између електрода зависи од материјала од којих су израђене електроде и од концентрације и врсте електролита, а не зависе од величине електрода и количине електрицитета.
Пошто се електрична енергија у галванским елементима добија хемијским процесима, по завршетку тих процеса ови елементи не могу више да дају електричну енергију у облику једносмерног напона и струје, те су неупотребљиви за даљу експлоатацију и необновљиви. Зато се такви извори једносмерне струје називају примарним изворима електричне струје.

4.9.2 АКУМУЛАТОРИ

Уређаји у којима се електрична енергија претвара у хемијску, а потом се та хемијска енергија може поново претворити у електричну, у облику једносмерног напона и струје, називају се акумулатори. Прикључивањем акумулатора на извор једносмерне струје, кроз њега ће протицати електрична струја, при чему ће се електрична енергија у акумулатору претворити у хемијску. Тај процес називамо пуњење акумулатора. Ако на напуњен акумулатор прикључимо неки пријемник, кроз њега ће протицати електрична струја. Том приликом се хемијска енергија из акумулатора претвара у електричну. Тај процес називамо пражњење акумулатора.
Значи, да би акумулатор могао дати електричну енергију, потребно га је прво напунити, односно спољашњу електричну енергију претворити у хемијску. Зато овакве уређаје називамо секундарним изворима једносмерне струје.
Данас имају широку примену две врсте акумулатора: **оловни** и **челични**.

1) ОЛОВНИ АКУМУЛАТОРИ

Оловни акумулатор се састоји из посуде са електролитом у који су потопљене електроде, које су састављене од више плоча и постављене тако да су међусобно наизменично поређане. Између две негативне постављена је једна позитивна плоча (слика 4.11).Плочасте електроде оловних акумулатора су израђене од оловних решеткастих плоча.



Слика 4.11. *Принцип везивања ћелија оловног акумулатора*

У окца позитивних плоча је упресован минијум (Pb_3O_4), а у окца негативних оловни оксид (PbO). Електролит код ових акумулатора је сумпорна киселина (H_2SO_4), разблажена у дестилованој води.

У напуњеном акумулатору негативна плоча постаје чисто олово (Pb), а позитивна оловни супер оксид (PbO_2). При процесу пуњења акумулатора настају нови молекули сумпорне киселине, па практично расте густина електролита. Када је акумулатор напуњен, настаје највећа концентрација електролита сумпорне киселине. Такође, при пуњењу акумулатора долази до губитка воде, јер настаје разлагање молекула воде на кисеоник и водоник, који испаравају Зато је потребно у акумулатор повремено, пре пуњења, долити дестиловану воду.

При пражњењу оловног акумулатора активна маса и на позитивним и на негативним плочама прелази у оловни сулфат ($PbSO_4$), при чему се проценат сумпорне киселине смањује на рачун повећања воде.

Стварање активне масе на позитивним и негативним плочама акумулатора, која учествује у наведеним хемијским процесима, назива се формирање акумулатора.

Номинални напон ћелије акумулатора је око 2 V. Уствари, пуњење акумулатора се завршава када се хемијским процесом сав оловни сулфат ($PbSO_4$) претвори у оловни супероксид (на аноди), односно олово (на катоди). Ако је акумулатор и даље прикључен на извор једносмерног напона, ако се и даље „пуни“, долази до разлагања воде на кисеоник и водоник, који у облику мехурића гаса напуштају електролит, па се има утисак да електролит „кључа“.

Потпуно напуњен оловни акумулатор има вредност напона преко 2,5 V, али при пражњењу његова вредност брзо пада на вредност око 2 V. На овој вредности напон се дуго задржава и тек касније почиње нагло да опада. Када опадне на вредност од 1,8 V, акумулатор се не сме даље празнити, јер би у том случају дошло до његовог оштећења.

Напон оловних акумулатора има наведену вредност напона без обзира на број плоча једне ћелије и њихову величину. Уколико је број плоча већи и већа површина електрода, расте капацитет акумулатора, који се мери у **ампер часовима** [Ah].

Капацитет акумулатора представља способност акумулисања одређене количине електричне енергије у том акумулатору.

Он се добија као производ јачине струје пражњења акумулатора и времена протицања те струје, а да при томе не дође до оштећења акумулатора:

$$Q = I \cdot t \ [Ah]. \qquad (4.20)$$

На пример, ако је капацитет акумулатора Q = 30 Ah, то значи да он може три часа давати струју од 10 A или 60 часова струју од 0,5 A, итд.

Електрична енергија која се утроши при пуњењу акумулатора (W_1), не може се у целокупном износу (W_2) добити при пражњењу. Степен корисности η акумулатора представља количник ове две енергије и изражава се у процентима

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} \times 100 \quad [\%] \qquad (4.21)$$

Код оловних акумулатора степен корисности се креће око 70%. Раније је речено да капацитет акумулатора зависи од броја оловних плоча и њихове површине по ћелији. То значи да већи капацитет захтева и већу масу, односно тежину акумулатора. Код оловних акумулатора који су данас у употреби, сваки килограм уграђеног олова у електроде ствара капацитет од око 10 Ah.

С обзиром да се концентрација сумпорне киселине код оловних акумулатора мења у зависности од стања њихове „напуњености“, степен напуњености акумулатора врши се мерењем те концентрације у степенима **Бомеа** (Боме́) – [°Bé].

Напуњен акумулатор треба да има 1,3 °Bé.

Степен напуњености акумулатора може се проверавати и мерењем специфичне густине електролита. Инструмент којим се врши мерење те густине, односно стања напуњености акумулатора назива се ареометар. На њему су обележене три области, обично у бојама, које представљају стања напуњености: пун, полу напуњен и празан. Овај инструмент се једноставно потапа у електролит чије се стање жели проверити, а дубина зарањања у електролит зависи од концентрације киселине, односно специфичне тежине електролита. На тај начин се директно и врло једноставно очитава на инструменту стање напуњености акумулатора.

Оловни акумулатори, као извори једносмерне струје и напона, имају своје добре и лоше особине.

Једна од главних предности ових акумулатора је мали унутрашњи отпор, који је реда величине хиљадитих делова ома. Због те особине ови акумулатори могу дати врло велике струје у кратким временским интервалима. Ова особина оловних акумулатора је превасходно утицала на њихову примену на моторним возилима за стартовање мотора.

Друга, такође важна особина ових акумулатора, је релативно мала цена коштања.

Поред наведених добрих особина, оловни акумулатори имају и недостатка , од којих су важнији:

- велика маса (тежина) за дати капацитет
- осетљивост на неодговарајућу јачину струје при пуњењу и пражњењу
- осетљивост на потресе
- ослобађање водоника при пуњењу због опасности од експлозије
- рад са оловним акумулаторима у дужем временском трајању је штетан по здравље људи
- сумпорна киселина је такође штетна по здравље, врло агресивна и разара многе материјале.

Одржавање оловних акумулатора своди се углавном на исправно пуњење и пражњење.

Ако се напуњен акумулатор не користи дуже времена, потребно га је поново допуњавати.

Исто тако, оловни акумулатор се не сме дуже времена оставити празан, јер при дужем стајању празног акумулатора долази до његовог оштећења.

Ниво електролита код ових акумулатора се стално мора контролисати, при чему он мора да буде око 1 сантиметар изнад плоча. Уколико ниво опадне испод ове вредности, потребно је у акумулатор досути дестиловану воду до поменутог нивоа.

Потребно је контролисати и концентрацију киселине, али при томе треба водити рачуна о спољашњој температури. Наиме, лети, када су температуре високе, специфична густина електролита је мања, па мерење те густине може да да погрешну слику о стању напуњености акумулатора и да напуњен акумулатор изгледа као не напуњен. Исто тако, зими, при врло ниским температурама се густина електролита повећава, па недовољно напуњен акумулатор изгледа као да је пун. Такође зими, при ниским температурама, расте и отпор електролита, а самим тим и унутрашњи отпор акумулатора. Зато при већим струјним оптерећењима напон акумулатора нагло пада, па акумулаторе у зимским условима треба држати у топлом просторијама.

2) ЧЕЛИЧНИ АКУМУЛАТОРИ

Ови акумулатори се још називају и алкални или Едисонови акумулатори. Такав акумулатор се састоји из посуде која је израђена од никлованог челичног лима. Позитивне плоче код ових акумулатора су израђене од никлованог челика на чијој је површини нанесен слој никл хидроксида ($Ni(OH)_3$), а негативне плоче од челика. Као електролит служи раствор калијум хидроксида (KOH).
Напуњен акумулатор има електромоторну силу од 1,4 V, која при пражњењу опадне на вредност од 1,35 V, и на тој вредности се дуго задржава.
При пражњењу средња вредност напона је око 1,2 V. Када напон опадне на вредност од 1,1 V, сматра се да је акумулатор празан. При процесу пуњења и пражњења ових акумулатора, концентрација електролита се не мења.
Поредећи челичне и оловне акумулаторе међу собом, види се да већину недостатака које имају оловни акумулатори, немају челични.
Добре особине челичних акумулатора, у односу на оловне, су:

- за исти капацитет челични акумулатори су много лакши од оловних
- мање су осетљиви на механичка оштећења
- нису осетљиви на прекомерна пражњења
- могу дуже времена стајати некоришћени, како напуњени тако и празни, без штетних последица
- имају дужи век трајања од оловних.

Недостаци ове врсте акумулатора, у односу на оловне, су:

- напон по ћелији ових акумулатора је 1,2 V, док је код оловних знатно већи (2 V)
- коефицијент корисности им је знатно мањи
- напон им није константан
- цена коштања у односу на оловне је знатно већа.

Временом густина електролита код челичних акумулатора може да ослаби, па је тада потребно извршити његову замену.

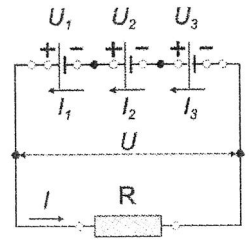
4.10 ВЕЗИВАЊЕ ИЗВОРА ЈЕДНОСМЕРНЕ СТРУЈЕ

Као што је већ речено, примарни извори једносмерне струје имају одређену вредност напона (Лекланшеов елемент 1,5 V), као и секундарни извори (оловни акумулатор 2 V, челични 1,2 V). Сваки од ових извора може давати само одређену вредност струје.
Одређеном комбинацијом везивања извора једносмерне струје може се добити већи напон од напона сваког појединачног извора, односно већа струја од струје коју може дати сваки извор понаособ.
Постоје три начина везивања извора једносмерне струје

- редна (серијска) веза
- паралелна веза и
- мешовита веза.

1) Редна веза извора једносмерне струје

Ова веза се остварује тако што се позитиван пол једног извора струје и напона везује за негативан пол другог и тако редом.
Редно везана три извора приказана су на слици 4.12.



Слика 4.12. *Принцип редног везивања једносмерних извора*

Укупан напон који влада на крају ове скупине U једнак је збиру напона на појединим изворима,

$$U = U_1 + U_2 + U_3 \qquad (4.22)$$

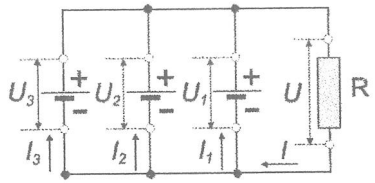
Укупна струја коју даје ова скупина, односно струја која пролази кроз отпор P је једнака струји која пролази кроз поједине изворе

$$I = I_1 = I_2 = I_3 \qquad (4.23)$$

Значи, редном везом извора постиже се већа вредност напона, тј. на ред се могу везати извори без обзира на њихову вредност напона.
Вредност струје у колу редно везаних извора не сме прећи дозвољену вредност струје било ког извора понаособ у вези.
На пример, уложак за џепну батерију представља редну везу три галванска елемента појединачних напона 1,5 V, тако да је укупан напон те скупине 4,5 V. Редна веза шест ћелија оловног акумулатора, свака напона 2 V, представља акумулаторску батерију („акумулатор“) укупног напона 12 V, који се користе у аутомобилима.

2) Паралелна веза извора једносмерне струје

Таква веза приказана је на слици 4.13. Она се остварује на тај начин што се сви позитивни полови извора везују међу собом, (што чини позитиван пол скупине) и сви негативни полови такође везују (што чини негативан пол скупине).



Слика 4.13. *Принцип паралелног везивања једносмерних извора*

Овако се могу повезивати само извори истих вредности напона. Укупан напон скупине је исти као и напон појединих извора

$$U = U_1 = U_2 = U_3 \qquad (4.24)$$

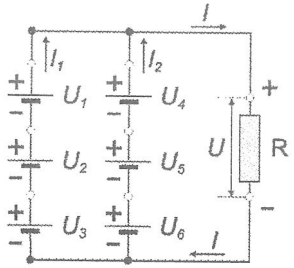
а укупна струја коју даје таква скупина једнака је збиру струја коју дају поједини извори

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \qquad (4.25)$$

Према наведеном, паралелно ће се везати извори истих напона, уколико је пријемнику потребна при истом напону далеко већа струја од струје коју може да дâ само један извор.

3) Мешовита веза извора једносмерне струје

Она представља комбинацију редне и паралелне везе извора једносмерне струје.
На слици 4.14 приказан је један од начина добијања мешовите везе извора једносмерне струје.



Слика 4.14 *Принцип мешовитог везивања једносмерних извора*

Укупан напон скупине је у овом случају

$$U = U_1 + U_2 + U_3 = U_4 + U_5 + U_6 \qquad (4.26)$$

а укупна струја коју скупина даје пријемнику P

$$I = I_1 + I_2 \qquad (4.27)$$

4. 11 ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

Електрична снага и енергија

1. Задатак
Сијалица снаге 100W укључена је 7 сати непрекидно, колики је утрошак електричне енергије у џулима а колики у киловатчасовима.
(Решење: W = 2520 kJ, W = 0,7 кWh).

2. Задатак
Сијалица снаге 60 W укључена је 6 часова. Колико кошта утрошена електрична енергија, ако је цена једног киловатчаса 6 динара?
(Решење: C = 2,16 динара).

3. Задатак
Електрична пећ је прикључена на извор напона 230 V преко бакарних водова попречног пресека 1,5 mm^2. Електрични отпор грејалице износи 9,5 Ω. Грејалица је удаљена од извора напона 50 m. Специфични отпор бакра, од којег су израђени напојни водови, је 0,018 $\Omega/mm/mm^2$.
Израчунати:

а) Јачину струје коју узима грејалица
б) Напон који влада на прикључцима грејалице
ц) Снагу грејалице

д) Утрошак електричне енергије на загревање водова, ако је грејалица прикључена 10 часова

е) Цену утрошене електричне енергије, ако је цена једног киловатчаса 6 динара

(Решење: а) I = 20,6 A, б) U_g = 205,4 V, ц) P_g = 4,4 kW, д) W_v = 5,1 kWh, е) C = 297 динара).

4. Задатак

Електрични пријемник (пећ) је удаљен од извора напона 30 m и прикључен преко напојних водова од бакра попречног пресека 2,5 mm^2. Колики мора бити напон извора да би напон потрошача био 230 V, кад кроз њега протиче струја од 20 A? (ρ_{Cu} = 0,018 Ω/mm/mm^2,).

(Решење: U_{iz} = 238,64 V).

5. Задатак

Снагу од 100кW треба пренети двожичним бакарним водом чији је пресек 10 mm^2 на даљину од 5 km.

Колики је губитак снаге у водовима, ако се снага преноси:

а) напоном од 230 V?

б) напоном од 11500 V?

(Решење: а) $P_v = R_v I^2 = 18 \cdot 434{,}78^2 = 3{,}4$ MW, б) $P_v = R_v I^2 = 18 \cdot 8{,}69^2 = 1{,}4$ kW).

Хемијско дејство електричне струје

1. Задатак

Кроз водени раствор бакарног сулфата протиче струја сталне јачине од 2 A.

Колико времена треба да тече струја кроз раствор да би се на катоди наталожила количина бакра масе 1,2 g?

Електрохемијски еквивалент бакра је $0{,}329 \cdot 10^{-6}$ kg/C

(Решење: t = 1824 s = 0,5 x 24 s = 30 min и 24 s).

2. Задатак

Цилиндрично метално тело висине 10 cm и пречника 5 cm потребно је заштити по омотачу слојем сребра дебљине 1 μm, што се постиже електролизом уз примену сталне јачине електричне струје од 0,5 A.

Колико ће дуго трајати овај процес, ако је густина сребра ρ_{Ag} = 10500 kg/m^2, а k_{Ag} = 0,001 g/As?

(Решење: t = 295 s = 4 min 55 s).

3. Задатак

Ако кроз водени раствор бакарног сулфата протиче стална струја јачине 5 A, укупно 5 h и 4 min, колико ће се на катоди излучити чистог бакра?

(Решење: m_{Cu} = 30 g).

КОНТРОЛНА ПИТАЊА

ТОПЛОТНО ДЕЈСТВО ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

1. Шта је температура тела?
2. Како долази до претварање електричне енергије у топлотну?
3. Како гласи и чему служи Џулов закон?
4. Како се све може израчунати електрична енергија у електричном колу претворена у топлотну?
5. Где се све примењује електрично дејство електричне струје?
6. На ком принципу ради топљиви осигурач?
7. Шта је електрични лук и чему служи?
8. Шта је термоелектрицитет?
9. Шта је биметални релеј и чему служи?
10. Који су све проблеми преноса електричне енергије на даљину?

ХЕМИЈСКО ДЕЈСТВО ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

1. Шта је електролит?
2. Како гласи и чему служи I Фарадејев закон?
3. Како гласи и чему служи II Фарадејев закон?
4. Која је значајна примена електролизе?
5. Како се добијају чисти метали?
6. Шта је галваностегија?
7. Шта је галванопластика?
8. Који су хемијски извори једносмерне струје и напона?
9. Каква је разлика између примарних и секундарних извора једносмерне струје?
10. Који су главни делови примарних извора једносмерне струје?
11. Од чега зависи вредност електромоторне силе извора једносмерне струје?
12. Шта је капацитет извора једносмерне струје и која је његова јединица?
13. Који секундарни извори једносмерне струје имају широку примену?
14. Од чега су састављене електроде оловних акумулатора?
15. Шта се користи као електролит код оловних акумулатора?
16. Колики је напон (електромоторна сила) код оловних акумулатора?
17. Како се контролише стање исправности и напуњености оловних акумулатора?
18. Које су добре особине оловних акумулатора?
19. Које су лоше особине оловних акумулатора?
20. Од чега су састављене електроде челичних акумулатора?
21. Шта се користи као електролит код челичних акумулатора?
22. Колики је напон (електромоторна сила) код челичних акумулатора?
23. Како се контролише стање исправности и напуњености челичних акумулатора?
24. Које су добре особине челичних акумулатора?

25. Које су лоше особине челичних акумулатора?
26. Како се све могу повезати извори једносмерне струје?
27. Како се изводи редна (серијска) веза извора једносмерне струје и шта се тиме постиже ?
28. Који се извори једносмерне струје могу повезати на ред?
29. Како се изводи паралелна веза извора једносмерне струје и шта се тиме постиже ?
30. Који се извори једносмерне струје могу повезати паралелно?
31. Шта се постиже мешовитом везом извора једносмерне струје?

5. ЕЛЕКТРОМАГНЕТИЗАМ

5.1 МАГНЕТНО ПОЉЕ СТАЛНОГ МАГНЕТА

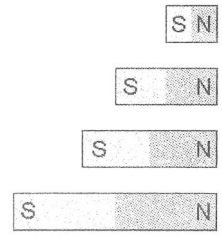
У околини неких материјала, које називамо магнетима, може се приметити да магнетна игла увек заузима тачно одређени положај. Тај простор око магнета називамо магнетно поље.

Ако приближимо крајеве два магнета, приметићемо да ће они деловати један на други тако што ће се међусобно привлачити или одбијати. На основу тога се може закључити да магнети имају два различита краја, које називамо половима. Ако један магнет у облику шипке (игле) поставимо тако да се он може слободно обртати око средишне осе, (око осе која дели полове), видећемо да ће се магнет увек поставити у правцу север-југ Земље. То показује да и Земља представља магнет, који има своје полове. Усвојено је да се пол магнета који се поставља у правцу северног пола Земље зове северни пол магнета, а пол који се поставља у правцу јужног пола Земље, јужни пол магнета.

Истоимени полови магнета се међусобно одбијају, а разноимени међусобно привлаче. На основу изнетог, јасно је да се северни пол магнета поставља у правцу јужног пола Земље, па јужном полу магнета Земље одговара северни географски пол Земље.

Ова особина магнета да се увек поставља у правцу север-југ Земље, искоришћена је за израду инструмента који служи за одређивање положаја или правца кретања на Земљи. Тај инструмент се назива компас или бусола.

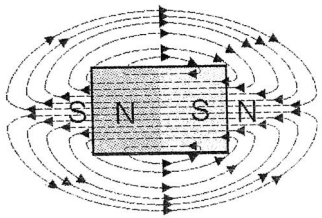
Ако би смо полове неког магнета желели да раздвојимо, слика 5.1, приметили бисмо да би се од сваког дела магнета формирала два магнетна пола, што говори да је практично немогуће раздвојити северни од јужног пола магнета.



Слика 5.1. *Принцип дељења сталног магнета*

Простор око магнета, у коме се осећа његово дејство, као што смо већ рекли, називамо магнетно поље. Такође је речено да у близини магнета, на магнетну иглу делује механичка сила, услед које магнетна игла заузима тачно одређени смер.

Ако је у некој тачки у околини магнета јача сила на магнетну иглу, кажемо да је магнетно поље у тој тачки јаче.
Да би се на неки начин могло представити магнетно поље (које се не може видети), договорено је да се оно приказује магнетним силницама које представљају затворене линије (слика 5.2).



Слика 5.2. *Начин приказивања линија магнетног поља*

Смер магнетних силница је усмерен ка смеру постављања северног пола магнетне игле у том простору, односно оне увек излазе из северног и улазе у јужни пол магнета. Јаче поље се приказује већим бројем магнетних силница.
Осим механичког дејства, магнетно поље поседује и способност индукције.
Наиме, у проводницима који се крећу у магнетном пољу појављује се (индукује) електромоторна сила.
Исто тако, под утицајем магнетног поља електрични отпор појединих метала се мења, а код појединих материјала јавља се и промена њихових димензија (магнетострикција).
Да би се у потпуности могло дефинисати магнетно поље, сем јачине магнетног поља H [A/m], користе се и следеће величине

-магнетни флукс Φ – је укупан број магнетних силница у магнетном пољу, а јединица магнетног флукса је **вебер** (Wb) или волтсекунда (Vs)

-магнетна индукција B [T] – је степен намагнетисаности тела који карактерише деловање магнетног поља у свакој његовој тачки, а јединица магнетне индукције је **вебер по квадратном метру** (W_b/m^2) а јединица је **тесла** [T], где је $1\ T = 1 W_b/1 m^2$

-апсолутна магнетна пермеабилност материјала μ_a – представља магнетне особине материјала, односно њихову способност намагнетисавања, када се они нађу у магнетном пољу, а јединица апсолутног магнетног пермеабилитета је **хенри по метру** (H/m).
Веза између наведених величина је дата изразима

$$B = \mu_a \cdot H \quad [T] \tag{5.1}$$

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos\alpha \quad [Wb] \tag{5.2}$$

где је S – површина кроз коју се одређује магнетни флукса Φ, α - угао између вектора магнетне индукције **B** и нормале на површину S.
Ако је вектор магнетне индукције **B** нормалан на површину S, тада је $\alpha = 0$, јер је $\cos \alpha = 1$, па је

$$\Phi = B \cdot S \quad [Wb] \tag{5.3}$$

Односно,

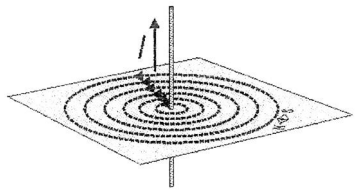
$$B = \frac{\Phi}{S} \quad [T] \tag{5.4}$$

5.2 МАГНЕТНО ПОЉЕ ЕЛЕКТРИЧНЕ СТРУЈЕ

Простор око проводника кроз који тече електрична струја понаша се као простор око сталног магнета. То значи да се у околини сваког проводника кроз који тече електрична струја јавља магнетно поље. Уколико протиче јача струја кроз проводник, јавља се и јаче магнетно поље и обрнуто.
Како постоји могућност промене јачине струје кроз проводник, могуће је мењати и јачину магнетног поља које потиче од електричне струје, што није могуће код магнетних поља која потичу од сталног магнета. Зато је далеко већа примена магнетних поља која потичу од електричне струје него оних који потичу од сталних магнета.

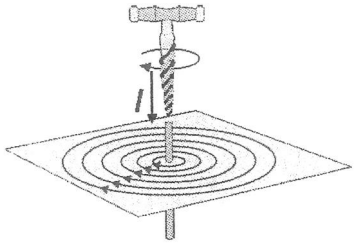
1) Магнетно поље праволинијског проводника кроз које протиче електрична струја

Ако кроз праволинијски проводник протиче електрична струја, магнетно поље, које се ствара око њега, може се учинити видљивим помоћу челичних опиљака који се поставе на лист папира кроз чију средину пролази проводник, слика 5.3.



Слика 5.3. *Линије магнетног поља проводника са једносмерном струјом*

Смер магнетних линија сила око проводника (силница) одређује се Максвеловим правилом десног завртња и оно гласи: *ако се десни завртањ уврће у смеру кретања електричне струје, смер магнетних линија сила се поклапа са смером обртања* (слика 5.4).

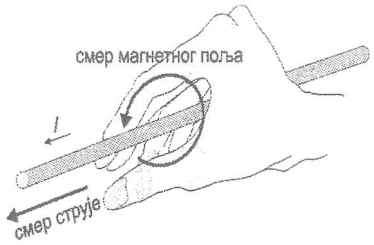


Слика 5.4. *Примена принципа десне завојнице за одређивање смера магнетног поља*

Смер магнетних линија сила око проводника се може одредити и правилом десне руке, које гласи: *Ако испружени палац десне руке поставимо у смеру електричне струје у проводнику, савијени прсти нам показују смер магнетног поља* (слика 5.5).

Приказ пресека проводника кроз који протиче електрична струја и одговарајућим магнетним пољем дат је на слици 5.6.

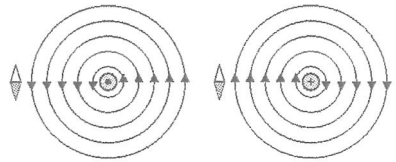
Смер електричне струје у проводнику се графички означава тачком, уколико електрична струја тече ка посматрачу, или крстићем, уколико она има супротан смер.



Слика 5.5. *Примена правила десне руке*

Јачина магнетног поља које потиче од електричне струје I у праволинијском проводнику у некој тачки на растојању r од проводника је дата изразом:

$$H = \frac{I}{2r\pi} \quad [A/m] \tag{5.5}$$



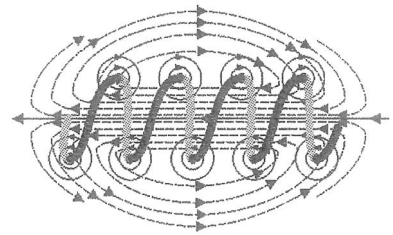
Слика 5.6. *Одређивање смера магнетног поља на основу смера струје кроз попречни пресек проводника*

где је I [A] - јачина електричне струје у праволинијском проводнику, r [m] - растојање од осе тог проводника до тачке у којој се одређује јачина магнетног поља H, а H [A/m] – јачина магнетног поља.
Јачину магнетног поља од 1 A/m ствара електрична струја од 4 ампера у праволинијском бесконачно дугачком проводнику на растојању од 2 метра од проводника.

2) Магнетно поље криволинијског проводника (соленоида) кроз које протиче електрична струја

Проводник у облику спирале, кроз који протиче електрична струја, назива се соленоид. На слици 5.7 приказано је магнетно поље соленоида. Оно је слично магнетном пољу сталног магнета који је у облику шипке. Смер магнетног поља соленоида се одређује правилом десне руке које гласи: *Ако савијене прсте десне руке поставимо у смеру тока електричне струје у соленоиду, испружени палац показује смер магнетних линија сила соленоида*, слика 5.8. Јачина магнетног поља у унутрашњости соленоида је дата изразом.

$$H = \frac{N \cdot I}{\ell} \quad [A/m] \tag{5.6}$$

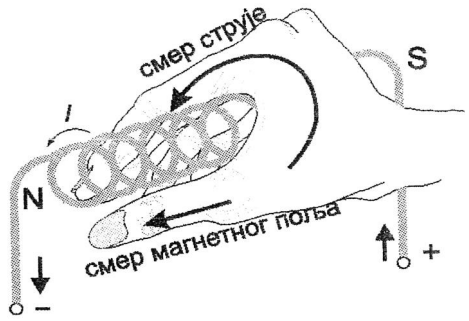


Слика 5.7. *Линије магнетног поља калема (завојнице, соленоида)*

где је H [A/m] – јачина магнетног поља соленоида, N - број навојака који образују соленоид, I [A] - јачина електричне струје која протиче кроз соленоид, λ [m] - дужина соленоида.

У основи, разликујемо две врсте магнетних поља:

- хомогено магнетно поље, код кога су магнетне линије сила паралелне и имају исту густину
- не хомогено магнетно поље са магнетним линијама сила различитог облика и густине.



Слика 5.8. *Примена правила десне руке за одређивање смера магнетног поља калема*

5.3 ПРОВОДНИК СА СТРУЈОМ У МАГНЕТНОМ ПОЉУ

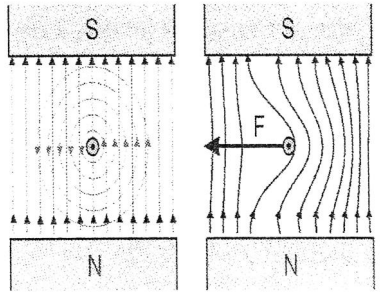
Ако се праволинијски проводник, кроз који протиче електрична струја, постави тако у хомогено магнетно поље да је правац проводника под углом од 90° у односу на правац магнетних линија сила, јавиће се сила која тежи да тај проводник избаци из магнетног поља.

Величина силе **F**, која делује на тај проводник, сразмерна је густини магнетног флукса B, дужини проводника l и јачини електричне струје I, која пролази кроз тај праволинијски проводник

$$F = B \cdot I \cdot \ell \quad [N] \tag{5.7}$$

Објашњење ове појаве је следеће. На слици 5.9.а је приказан проводник кроз који протиче електрична струја, а који се налази у сталном хомогеном магнетном пољу. Са слике се види да у истом простору постоје два магнетна поља: једно у коме се налази проводник и друго које потиче од електричне струје у проводнику.

Ова два магнетна поља дају резултујуће поље које је не хомогено, слика 5.9.б.

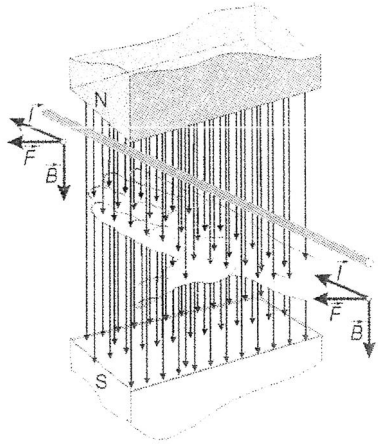


a) b)

Слика 5.9. *Проводник кроз који тече једносмерна струја у страном магнетном пољу*

Како је са леве стране проводника магнетно поље разређено, а са десне гушће,у тежњи да се густина магнетних силница изједначи, долази до потискивања проводника према страни са мањом густином магнетног поља. Ту се у ствари јавља електромагнетна сила **F**, чији је смер нормалан на проводник и на магнетне силнице поља.

Смер деловања електромагнетне силе **F** одређује се правилом леве руке, које гласи: *Ако леву руку поставимо тако да магнетне силнице улазе у длан шаке, а испружене прсте шаке у смеру кретања електричне струје, тада одвојени палац показује смер деловања електромагнетне силе*, слика 5.10.



Слика 5.10. *Илустрација правила леве руке*

5.4 УЗАЈАМНО ДЕЈСТВО ПРАВОЛИНИЈСКИХ ПРОВОДНИКА КРОЗ КОЈЕ ТЕЧЕ ЕЛЕКТРИЧНА СТРУЈА

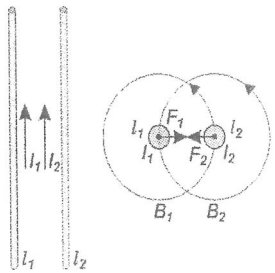
Ако кроз два праволинијска проводника, чије су дужине и , протичу електричне струје I_1 и I_2, могу наступити следећи случајеви

- проводници су међусобно паралелни и кроз њих теку струје истог или супротног смера
- проводници нису међусобно паралелни и кроз њих теку струје истог или супротног смера

а) Проводници су међусобно паралелни и кроз њих теку струје истог или супротног смера

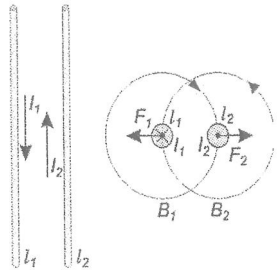
Свака од струја које теку кроз проводнике ствара своје магнетно поље, чији је смер приказан на слици 5.11.а. На тај начин се и сваки од проводника налази у магнетном пољу струје другог проводника и на њега делује електромагнетна сила **F**.

$$F = B \cdot I \cdot \ell \quad [N] \tag{5.8}$$



а) б)

Слика 5.11.



а) б)

Слика 5.12.

На проводник кроз који тече електрична струја I_2 делује сила F_2, чија вредност зависи од магнетне индукције B_1, која потиче од струје I_1 и дужине проводника l_2

$$F_2 = B_1 \cdot I_2 \cdot \ell_2 \tag{5.9}$$

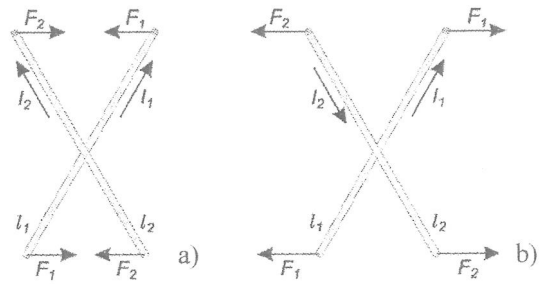
Исто тако, на проводник кроз који тече електрична струја I_1 делује сила F_1, чија вредност зависи од магнетне индукције B_2, која потиче од струје I_2 и дужине проводника l_1

$$F_1 = B_2 \cdot I_1 \cdot \ell_1 \tag{5.10}$$

На слици 5.11.б приказан је смер деловања електромагнетних сила на два паралелна праволинијска проводника кроз које протичу електричне струје истог смера. Као што се са слике види, ова два проводника се међусобно привлаче.
Ако би смер електричних струја у два паралелна праволинијска проводника био међусобно супротан, на исти начин би се могло показати да је смер електромагнетних сила такав да се ова два проводника међусобно одбијају, слика 5.12.

б) Проводници нису међусобно паралелни и кроз њих теку струје истог или супротног смера

Ако кроз два праволинијска проводника који међусобно нису паралелни већ се секу под неким углом, на њих ће деловати електромагнетне силе које ће тежити да та два проводника поставе у паралелан положај, тако да су смерови струја у њима исти, слика 5.13.



Слика 5.13.

5.5 МАГНЕЋЕЊЕ МАТЕРИЈАЛА

а) Понашање материјала у магнетном пољу

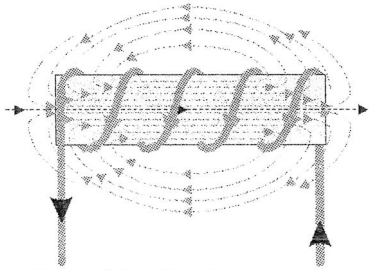
Посматраћемо различите материјале у магнетном пољу с намером да покажемо њихово дејство на магнетно поље у коме се налазе.
Сви материјали, унесени у магнетно поље, понашају се на један од два начина

- слабе магнетно поље (дијамагнетни материјали)
- појачавају магнетно поље (парамагнетни материјали).

Деловање магнетног поља на дијамагнетне материјале је незнатно, па се може рећи да је узајамно дејство ових материјала и магнетног поља готово занемарљиво.
Међутим, када се парамагнетни материјали нађу у магнетном пољу, они га појачавају, а магнетно поље тако делује на њих да их магнетише.
Ови материјали се међусобом разликују по томе у којој мери утичу на појачање магнетног поља у коме се налазе, односно у којој мери се магнетишу.
Материјале који у знатној мери појачавају магнетно поље, односно који се знатно магнетишу, називамо феромагнетним материјалима. Такви материјали су гвожђе, кобалт, никл, неке легуре метала и соли.

б) Магнетисање феромагнетних материјала у магнетном пољу

Ако би у соленоид (слика 5.14), који има одређену јачину магнетног поља, ставили метално језгро од гвожђа, приметили би смо да се магнетно поље појачало.



Слика 5.14. *Линије магнетног поља соленоида са металним*

До овог појачања магнетног поља долази због тога што се гвоздено језгро у магнетном пољу соленоида намагнетисало, те је дошло до сабирања магнетног поља соленоида и магнетног поља челичног језгра.
Намагнетисаност гвозденог језгра зависи од јачине магнетизационог поља соленоида. Што је оно јаче, магнетизација челичног језгра је већа и обрнуто.
Зависност степена магнетизације неког материјала од јачине магнетизационог поља назива се крива магнећења

$$B = f(H)$$

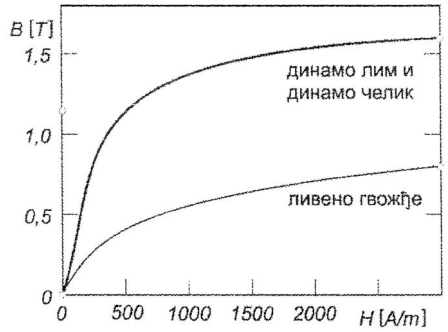
и она је карактеристична за сваку врсту материјала.

На дијаграму на слици 5.15 приказане су криве магнећења динамо лима (динамо челика) и ливеног гвожђа.

Са дијаграма се види да се за исту јачину магнетизационог поља ливено гвожђе мање магнетише од динамо лима. Такође се види да за почетне вредности магнетизационог поља магнећење сразмерно расте са порастом јачине магнетизационог поља.

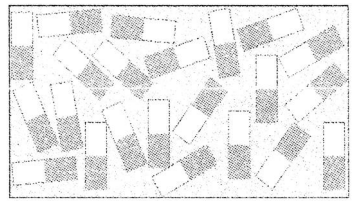
При знатним вредностима овог поља, магнећење незнатно расте и за одређену јачину поља достиже одређену максималну вредност. Уколико би и даље појачавали јачину поља магнетизације, магнећење не би расло.

У том случају кажемо да је наступило засићење материјала, што значи да се материјал не може више намагнетисати, без обзира на јачину поља магнетизације у којем се налази.



Слика 5.15. *Криве магнећења материјала*

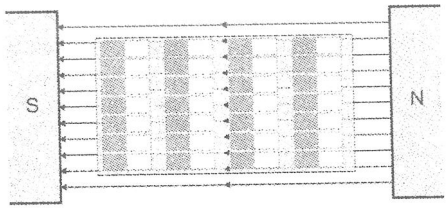
Једно од прихватљивих објашњења овог процеса је да се сви парамагнетни материјали састоје од елементарних магнета који су хаотично распоређени у материјалу, слика 5.16.



Слика 5.16. *Хаотичан распоред елементарних магнета*

Резултујуће магнетно поље ових елементарних магнета практично је једнако нули (готово да не постоји). Такви материјали немају особину магнета. Тек када се ставе у магнетизационо поље, слика 5.17, ови елементарни магнети почињу да се усмеравају у правцу магнетизационог поља па кажемо да се материјал магнетише.

Што је већи број елементарних магнета усмерен у правцу поља, магнећење је веће.

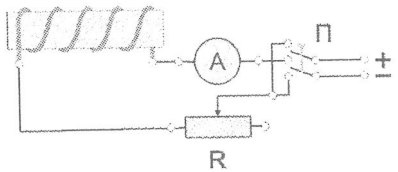


Слика 5.17. *Усмерење елементарних магнета материјала у магнетском пољу*

Када се под дејством магнетизационог поља сви елементарни магнети усмере, кажемо да је настало засићење. Уколико се и даље повећава магнетизационо поље, магнећење материјала не може више да расте, јер нема више елементарних магнета које поље може да усмери у свом правцу.

5.6 МАГНЕТНА ХИСТЕРЕЗА

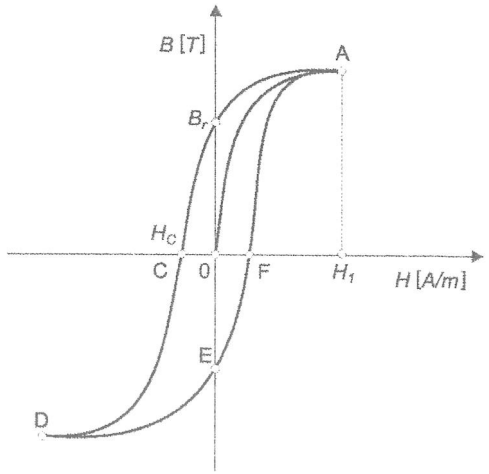
Значајну практичну примену имају феромагнетна језгра која се користе у електричним машинама и уређајима где се стално мења њихов степен намагнетисаности и/или оријентација поља.
На слици 5.18 приказана је електрична шема уређаја који има могућност промене величине и смера струје кроз завојницу, односно могућност промене величине и смера магнетизационог поља у коме се налази парамагнетно језгро.



Слика 5.18. *Принципијелни изглед апаратуре за снимање хистерезисне петље*

Графички је то намагнетисавање језгра приказано на слици 5.19 кривом ОА. За јачину магнетизационог поља H_1, (које зависи од јачине струје I у завојници), дошло је до магнетног засићења (тачка А), односно језгро је максимално намагнећено. Даљим повећањем јачине магнетизационог поља, намагнећеност језгра се не повећава. Уколико би се смањивала јачина магнетизационог поља смањивањем јачине струје у завојници, дошло би и до смањења намагнећености. То размагнећивање се врши по кривој АВС. Са дијаграма се види да се криве намагнећења (ОА) и размагнећења (АВС) међусобно не поклапају. Ово се објашњава тиме што, при смањењу магнетизационог поља, један део

елементарних магнета (који је усмерен под дејством поља) и даље остаје усмерен, иако је магнетизационо поље смањено.



Слика 5.19. *Хистерезисна петља*

И у случају да магнетизационо поље смањимо на нулу (искључивањем електричне струје у завојници), материјал се неће сасвим размагнетисати, већ ће један део елементарних магнета и даље остати усмерен у правцу ранијег деловања магнетизационог поља, па је материјал задржао одређену намагнећеност. Величина магнетне индукције у језгру завојнице, која се задржава и после нестанка магнетизационог поља, назива се заосталом магнетном индукцијом B_r. Величина заосталог (*реманентног*) магнетизма приказана је на дијаграму на слици 5.19 дужином OB_r. Да би се у потпуности поништио заостали магнетизам у језгру завојнице, односно да би се језгро размагнетисало, потребно га је довести у магнетизационо поље супротног смера. То се лако постиже променом смера електричне струје у завојници (слика 5.18). Такво поље, које је потребно да би се језгро завојнице потпуно размагнетисало назива се коерцитивном силом H_c, и на дијаграму на слици 5.19 приказано је дужином ОС.
Ако би смо и даље повећавали магнетизационо поље у супротном смеру, опет би дошло до усмеравања елементарних магнета у правцу поља, али у супротном смеру од претходног. Језгро завојнице се магнетише и у тачки D долази до засићења. Смањивањем магнетизационог поља, материјал се размагнећује. Код искључивања електричне струје, магнетизационо поље опадне на нулу, али језгро задржава одређену намагнећеност. Тај заостали (реманентни магнетизам прказан је дужином ОЕ на дијаграму са слике 5.19. Поновном променом смера електричне струје у завојници, ствара се магнетизационо поље које поништава заостали магнетизам у језгру. Дужина ОF на дијаграму представља коерцитивну силу H_c, која је потребна да потпуно размагнетише језгро. Даљим повећањем

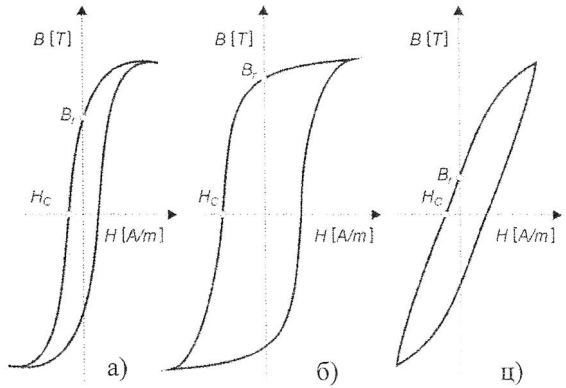
магнетизационог поља (повећавањем јачине електричне струје у завојници), језгро завојнице се магнетише и у тачки А долази до засићења. Тиме се овај циклус затвара.
Наведени процес магнетисања феромагнетног језгра завојнице даје затворену криву линију ABCDEFA, која представља промену магнетне индукције у зависности од јачине магнетног поља, односно B = f(H).
Ова појава својствена свим **феромагнетним материјалима**, да при промени магнетизационог поља магнетна индукција заостаје у својој промени за променом магнетног поља, назива се **магнетна хистереза**, крива магнећења и размагнећења се назива ABCDEFA а простор ограничен затвореном кривом линијом ABCDEFA **хистерезисна петља**.
При намагнетисању материјала долази до њиховог загревања. У ствари, то је претварање електричне енергије у топлотну, јер при магнећењу материјала долази до усмеравања елементарних магнета, који се приликом усмеравања, међусобом „тару" један о други, што се манифестује у облику топлоте.
Уколико је коерцитивна сила H_c већа, утолико се језгро више греје јер се више енергије утроши на магнећење. Површина хистерезисне петље у одређеној сразмери представља енергију утрошену на магнећење и размагнећење феромагнетног материјала, односно на губитке енергије у облику топлоте.
Из наведеног се може закључити да дијаграм у облику хистерезисне петље, приказан на слици 5.19, даје карактеристичне особине материјала и тиме одређује његову практичну примену.

5.7 МАГНЕТНИ МАТЕРИЈАЛИ

Према јачини коерцитивне силе и површини хистерезисне петље, све феромагнетне материјале делимо на

- меке магнетне материјале
- тврде магнетне материјале и
- ферите.

1. Меки магнетни материјали имају малу коерцитивну силу и велики реманентни магнетизам. Они се лако намагнетишу, али исто тако и размагнетишу већ при малим коерцитивним силама. Површина њихове хистерезисне петље је мала, што говори да је утрошак енергије на магнећење мали.
Ови материјали у магнетном пољу добијају особине магнета, али када се изнесу из њега, губе те особине. Хистерезисна петља меког магнетног материјала приказана је на слици 5.20.а.



Слика 5.20. *Хистерезисне петље за различите материјале*

Најчешће коришћени меки магнетни материјали су:

- чисто гвожђе (електролитичко)
- електролитички челик (трансформаторко гвожђе, динамо лим, динамо челик), који представља легуру Fe и Si
- пермалој (легура Fe и Ni), која се користи у савременим уређајима за везу за језгра трансформатора, завојница и релеја
- пермендур (легура Fe и Co), који се користи за језгра звучника и мембране слушалица јер има највећи реманентни магнетизам (2,4 T).

2. Тврди магнетни материјали имају велику коерцитивну силу и велики заостали (реманентни) магнетизам. Они у магнетном пољу добијају особине магнета, а када се изнесу из магнетног поља и даље задржавају те особине, односно постају трајни магнети.
Хистерезисна петља тврдих магнетних материјала је приказана на слици 5.20.б.
Да би се овакав материјал намагнетисао, потребно је јако магнетизационо поље.
Пошто ови једном намагнетисани материјали дуго задржавају магнетне особине, користе се за израду сталних магнета.

Важнији представници ових материјала су

-угљенични челици (добијају се каљењем челика)
-волфрам-челик
-никл-алуминијумски челик.

Специјална врста меког магнетног материјала, која се израђује од уситњеног магнетног материјала и неког изолатора пресовањем, назива се магнетодиелектрик или високофревентни магнетни материјал.

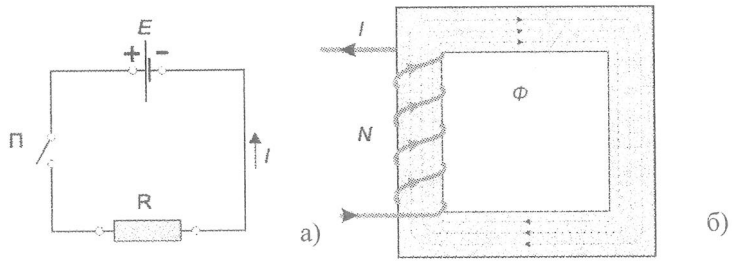
Хистерезисна петља оваквих материјала приказана је на слици 5.20.ц. Овакви материјали користе се за језгра завојница које раде у наизменичним магнетним пољима високих фреквенција.

3. Ферити су специјални феромагнетни материјали који се, махом, користе у техници врло високих фреквенција (УКТ) и у рачунарима. Добијају се жарењем оксида гвожђа са оксидима цинка, кадмијума, мангана, бакра и никла на температурама од 1100 до 1400 °C, при високим притисцима од 3000 kg/cm^2. Постоје две врсте ферита: **меки и тврди**.

Меки метални ферити, у односу на магнетоелектрике имају знатно већу пермеабилност, мање губитке енергије и могу се примењивати при вишим фреквенцијама магнетног поља. Користе се за израду језгра завојница, трансформатора и пригушница. Штапови од ових материјала се користе за израду феритних антена за радиопријемнике.
Тврди метални ферити имају јако велику коерцитивну силу, па се користе за израду сталних магнета.

5.8 МАГНЕТНО КОЛО

Магнетно коло се графички приказује магнетним линијама сила које су увек затворене линије. Укупан број магнетних линија сила (силница) представља магнетни флукс Ф. Пут по коме се затвара магнетни флукс називамо магнетно коло.
Магнетна кола представљају основне елементе разних електричних уређаја: електричних машина, трансформатора, релеја. Да би боље разумели магнетно коло и законитости које у њему постоје, упоредићемо га са електричним колом, слика 5.21.



б)

Слика 5.21. *Упоредни приказ електричног и магнетног кола*

У електричном колу тече струја I и њој одговара магнетни флукс Ф у магнетном колу. Струја у електричном колу настаје под дејством електромоторне силе E извора, а флукс у магнетном колу зависи од јачине струје у намотајима завојнице и броју намотаја N у њој.

Електромоторној сили E у електричном колу одговара магнетомоторна сила M у магнетном колу и она узрокује настанак магнетног флукса. Као што у електричном колу постоји отпор електричној струји R, тако и у магнетном колу постоји магнетни отпор R_m магнетном флуксу. Ови односи су прегледније табеларно приказани.

Електромоторној сили E (EMC)	одговара	Магнетомоторна сила M (MMC)
Електричној струји I	одговара	Магнетни флукс Ф
Електричном отпору R	одговара	Магнетни отпор R_m

Пошто за електрично коло важи Омов закон,

$$I = \frac{E}{R}, \qquad (5.11)$$

по аналогији Омов закон ће важити и за магнетно коло

$$\Phi = \frac{M}{R_m} \qquad (5.12)$$

Магнетомоторна сила M је једнака

$$M = N \cdot I \qquad (5.13)$$

где је N - број навојака завојнице а I - јачина електричне струје која кроз њих протиче.

Магнетни отпор Rm зависи од дужине магнетног кола l, попречног пресека кола S и од врсте материјала од којег је оно направљено

$$R_m = \frac{\ell}{\mu_a \cdot S} \qquad (5.14)$$

где је l - дужина магнетног кола, S – попречни пресек магнетног кола, μ_a– апсолутна магнетна пермеабилност, која је бројчано једнака производу два фактора

$$\mu_a = \mu_o \cdot \mu_r \qquad (5.15)$$

где је μ_0 - магнетна пермеабилност вакума, а μ_p - релативна магнетна пермеабилност материјала.

Магнетна пермеабилност вакума μ_0 зависи искључиво од изабраног система јединица. У SI систему јединица она износи:

$$\mu_o = 4\pi \cdot 10^{-7} \ [\mathrm{H/m}]$$

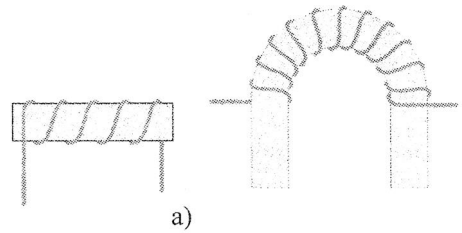
Релативна пермеабилност неког материјала μ_p представља број који показује колико је пута магнетска пермеабилност датог материјала већа или мања од магнетне пермеабилности вакума, која је узета за јединичну.
Према томе, магнетна пермеабилност карактерише магнетне особине материјала, односно њихову способност да се намагнетишу. На тај начин стварају сопствено магнетно поље под дејством магнетомоторне силе M спољашњег магнетног поља.
Као што електрични отпор зависи од врсте материјала, тако исто и магнетни отпор кола зависи од врсте материјала кроз који пролази магнетни флукс. Парамагнетни материјали су добри проводници магнетног флукса. Обично се код магнетних кола електричних машина и уређаја користе феромагнетни материјали са μ_r преко 1000.

5.9 ЕЛЕКТРОМАГНЕТНИ РЕЛЕЈИ

Електромагнет чини језгро од меког феромагнетног материјала са намотајима од изоловане жице у који се доводи електрична струја. Пропуштањем електричне струје кроз намотај, језгро се намагнетише и привлачи феромагнетне материјале. По искључивању електричне струје, језгро електромагнета губи своје магнетне особине. Највише су у примени електромагнети чије је језгро у облику шипке (слика 5.22.а) или у облику потковице (слика 5.22.б). Велики електромагнети се употребљавају за пренос великих челичних блокова, челичног отпада и слично. Привлачна сила F по једном полу електромагнета може се израчунати по обрасцу

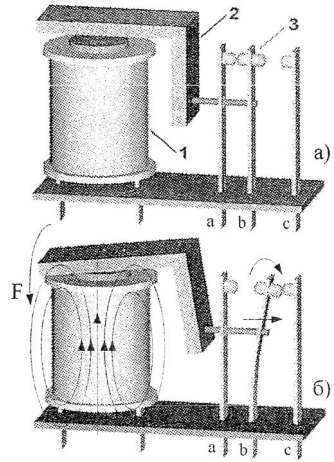
$$F = \frac{B^2 \cdot S}{8\pi} \cdot 10^7 \ [\mathrm{N}] \qquad (5.16)$$

где је F [N] – привлачна сила, B [T] – магнетна индукција, а S [m^2]– површина попречног пресека језгра електромагнета.



Слика 5.22. *Принцитијелни изглед магнетног кола електромагнета*

Електромагнети и електромагнетни механизми се највише примењују у уређајима за везу и аутоматици.



Слика 5.23. *Графички приказ електромагнетног релеја*

Осим електромагнета, у многим електричним уређајима се користе електромагнетни релеји. То су врло осетљиви електромагнети који се могу активирати врло малим струјама, који на котви електромагнета имају контактне плочице. Они нису предвиђени за неки механички рад, већ им је основна улога укључивање и искључивање разних електричних кола.
На слици 5.23 приказан је изглед стандардног електромеханичког релеја. Саставни делови приказани су на слици 5.23 а), при чему је 1- електромагнет релеја, 2- помична котва од феромагнетног материјала, 3- контакти за укључење и искључење струјних кола потрошача (*a,b,c*). Ако електромагнет релеја (1) није прикључен на извор напајања помична котва (2) је у неутралном положају при чему су контакти *a* и *b* затворени а контакти *b* и **c** отворени. Када се калем електромагнета прикључи на напон напајања електромагнет формира магнетно поље које делује привлачном силом F на покретну котву. Померањем покретне котве отварају се контакти *a* и *b* а затварају контакти *b* и *c*.

5.10 ЕЛЕКТРОМАГНЕТНА ИНДУКЦИЈА

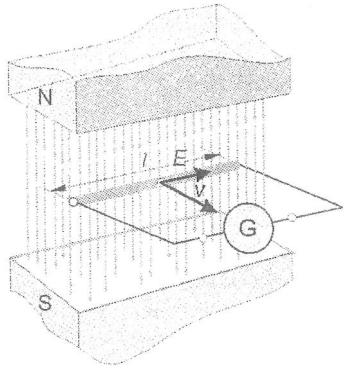
Сваки извор електричне струје има одређену електромоторну силу. Вредност те силе зависи од природе самог извора.
Такође, електромоторна сила може да се појави и у проводнику који је под дејством неког магнетног поља. Такву електромоторну силу називамо индукована електромоторна сила, а саму појаву индуковања електромоторне силе под дејством магнетног поља називамо електромагнетна индукција.
Посматраћемо индуковање електромоторне силе у два случаја:

- индуковање електромоторне силе у правом проводнику и
- индуковање електромоторне силе у навојку (у затвореном колу).

Појава сваке индуковане електромоторне силе може се објаснити на један од наведених начина.

5.11 ИНДУКОВАЊЕ ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ СИЛЕ У ПРАВОМ ПРОВОДНИКУ

Ако имамо хомогено магнетно поље које потиче од сталног магнета (слика 5.24), и ако се у њему налази прав проводник одређене дужине, при чему се тај проводник креће кроз магнетно поље и пресеца магнетне силнице поља брзином v, у њему ће се индуковати електромоторна сила E.



Слика 5.24. *Проводник у магнетном пољу*

Да се електромоторна сила заиста индуковала, може се утврдити прикључењем галванометра на крајеве проводника, чије ће скретање казаљке то потврдити.
Ако проводник пресеца магнетне силнице под правим углом, лако је утврдити да вредност индуковане електромоторне силе у проводнику зависи од густине магнетног флукса B, дужине проводника и брзине v са којом проводник пресеца

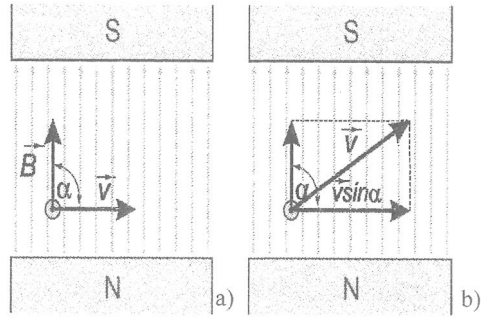
силнице магнетног поља, односно брзине којом силнице пресецају проводник, ако се магнетно поље креће а проводник мирује

$$E = B \cdot \ell \cdot v \tag{5.17}$$

Ако проводник не пресеца силнице магнетног поља под правим углом, већ заклапа неки угао α који је мањи од 90°, он ће тада пресецати мањи број силница, те ће се у проводнику индуковати и мања електромоторна сила, чија ће вредност тада бити

$$E = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin\alpha \tag{5.18}$$

Оба случаја су приказана на слици 5.25.

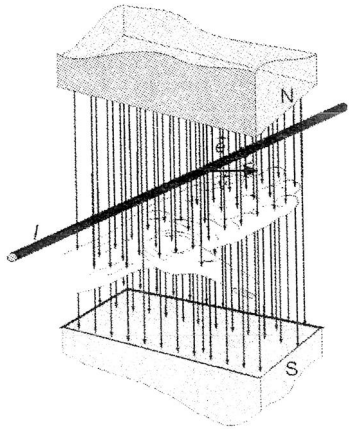


Слика 5.25. *Кретање проводника у магнетном пољу*

Смер скретања казаљке галванометра зависи од смера индуковане електромоторне силе.
Уколико се мења смер пресецања силница магнетног поља, мењао би се и смер скретања казаљке на галванометру, односно мењао би се смер индуковане електромоторне силе у правом проводнику.
Из наведеног закључујемо да смер индуковане електромоторне силе засвиси од смера пресецања силница магнетног поља и смера тих силница.

Смер индуковане електромоторне силе одређује се правилом **десне шаке** (слика 5.26): *шака са дланом на горе и испруженим прстима постави се тако да силнице магнетног поља улазе у длан, а палац у правцу смера проводника, тада испружени прсти шаке показују смер индуковане електромоторне силе.*

Ако би се крајеви овог проводника спојили међусобно неким проводником, кроз такво коло би текла електрична струја истог смера који има индукована електромоторна сила која ствара ту струју.



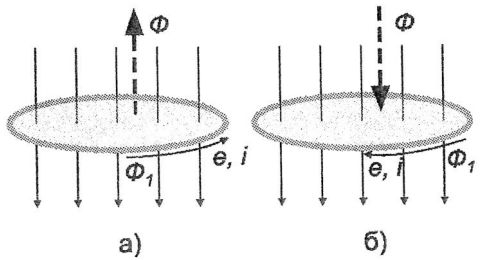
Слика 5.26. *Илустрација принципа десне шаке (руке)*

5.12 ИНДУКОВАЊЕ ЕЛЕКТРОМОТОРНЕ СИЛЕ У НАВОЈКУ

Ако се неки навојак постави у промењљиво магнетно поље или се он креће кроз хомогено магнетно поље и пресеца силнице тог поља, у њему ће се индуковатри електромоторна сила e. Вредност те силе зависи од брзине промене магнетног флукса или брзине кретања навојка у магнетном пољу:

$$e = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$ (Фарадејев закон електромагнетне индукције) (5.19)

На слици 5.27 приказан је један навојак кроз који протиче одређени магнетни флукс Φ_1. Ако би се тај флукс повећавао, у навојку би се индуковала електромоторна сила e, чији је смер приказан на слици 5.27.а. Та електромоторна сила би давала струју i, која би имала свој флукс Ф. Ако би магнетни флукс Φ_1 смањивали (слика 5.27.б), кроз навојак би се индуковала електромоторна сила e, чији је смер супротан од претходног, а која би индуковала струју i, истог смера који има и електромоторна сила. Магнетни флукс Ф те струје би такође имао супротан смер (слика 5.27.б).



Слика 5.27. *Илустрација принципа електромагнетне индукције*

Смер и правац индуковане електромоторне силе у било ком од ова два случаја одређује се по **Ленцовом правилу**, које гласи: *Индукована електромоторна сила има такав правац и смер, при коме се створена електрична струја супротставља узроку настанка те електромоторне силе.*
Ако се у изразу за индуковану електромоторну силу

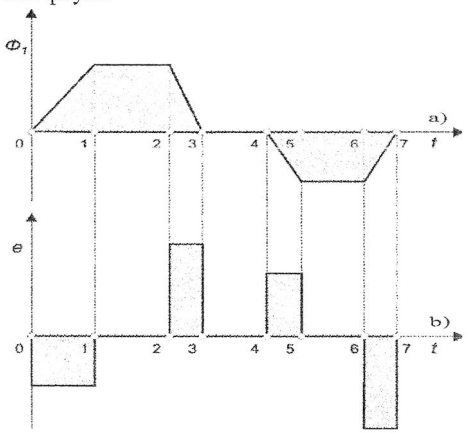
$$e = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t},$$ (5.20)

пређе на граничне вредности, добија се израз,

$$e = -\frac{d\Phi_1}{dt}$$ (5.21)

где знак минус произилази из Ленцовог правила, које се може исказати и на следећи начин: *индуковане електромоторна сила у колу има такав смер да се створена струја супротставља променама магнетског флукса који је обухваћен навојком.*
На слици 5.28 графички је приказана промена индуковане електромоторне силе по времену у навојку (5.28.а), при промени магнетног флукса (слика 5.28.б) кроз тај навојак. Са поменутог дијаграма се види да:

-величина индуковане електромоторне силе зависи од брзине промене магнетног флукса, тј. од стрмине дијаграма промене магнетног флукса,
-индукована електромоторна сила једнака је нули ако се магнетни флукс кроз проводник не мења у времену,
-при сваком повећању магнетног флукса индукована електромоторна сила има супротан смер (знак), а при сваком смањењу исти смер (знак) као и магнетни флукс.



Слика 5.28. *Промена фликса и индукована електромоторна сила*

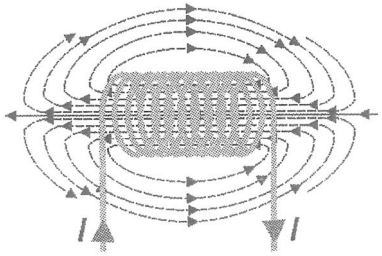
Ако постоји промена магнетног флукса кроз неки намотај, који се састоји од N навојака, тада ће вредност индуковане електромоторне силе у намотају E_N бити једнака

$$E_N = N \cdot e = -N \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} \qquad (5.22)$$

Где је $e = -d\Phi_1/dt$ – вредност индуковане електромоторне силе у једном навојку.

5.13 САМОИНДУКЦИЈА

Ако кроз неку завојницу пропустимо електричну струју, она ће произвести магнетни флукс Ф. Као што се на слици 5.29 види, навојци завојнице потпуно обухватају тај магнетни флукс. Уколико би смо мењали јачину струје у завојници, мењао би се и магнетни флукс кроз њу који ствара та струја.



Слика 5.29. *Линије магнетног поља соленоида*

С друге стране, знамо да уколико у неком навојку постоји промена магнетног флукса, у њему ће се индуковати електромоторна сила, те ће се сходно томе у поменутом навојку индуковати електромоторна сила коју називамо електромоторна сила самоиндукције e_L.
Она је дата изразом

$$e_L = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5.23)$$

Магнетни флукс Ф који обухвата завојница сразмеран је електричној струји која кроз њу протиче

$$\Phi = L \cdot i \qquad (5.24)$$

где је L - коефицијент пропорционалности магнетног флукса и јачине струје у завојници i, од које тај флукс настаје

$$L = \frac{\Phi}{i} \qquad (2.25)$$

Овај коефицијент L се назива **индуктивитет завојнице** (калема). Он је бројчано једнак магнетном флуксу завојнице који ствара електрична струја јачине једног ампера.
Како се магнетни флукс који даје струја у завојници може мењати променом магнетног отпора (уношењем у завојницу језгра од феромагнетног материјала), закључујемо да се индуктивитет завојнице може мењати у широким границама.
Јединица индуктивитета је **хенри** (H). Завојница има индуктивитет од једног хенрија (H) ако она обухвата магнетни флукс од једног вебера (Wb) и ако кроз њу протиче струја од једног ампера (A).
Израз за вредност електромоторне силе самоиндукције:

$$e_L = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad (5.26)$$

Можемо написати у облику:

$$e_L = -\frac{d(L \cdot i)}{dt} \qquad (5.27)$$

односно:

$$e_L = -L \cdot \frac{di}{dt} \qquad (5.28)$$

Овај израз показује да вредност електромоторне силе самоиндукције зависи од индуктивитета калема и брзине промене струје у њему.
Смер те струје је такав да се она увек супротставља променама струје у електричном колу. Наиме, ако јачина струје у колу расте, електромоторна сила самоиндукције је супротна смеру пораста струје, а ако се јачина електричне струје у колу смањује, смер електромоторне силе је исти као и смер струје у колу и тежи да спречи њено опадање.

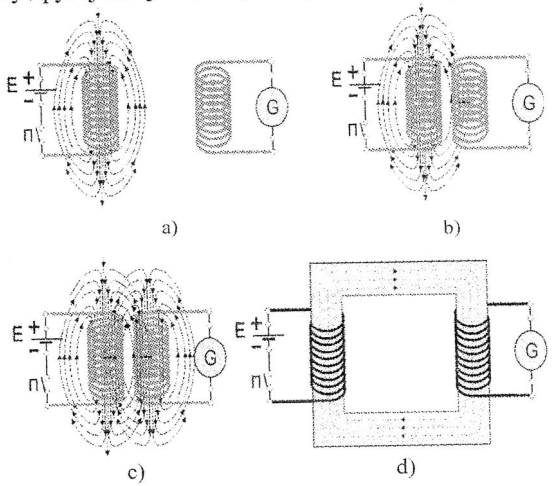
5.14 МЕЂУСОБНА ИНДУКЦИЈА

Ако узмемо две завојнице, па једну од њих прикључимо на извор једносмерне струје, а на крајеве друге прикључимо галванометар (слика 5.30 а), могу наступити следеће ситуације:

а) Ако се завојнице налазе близу једна другој, прикључивањем напона на прву завојницу или прекидањем струјног кола у њој, казаљка галванометра (који

је прикључен на другу завојницу) ће скретати. То скретање показује да се при појави или при престанку електричне струје у колу прве завојнице, индукује електромоторна сила у другој (слике 5.30. б, ц и д).

б) Ако су завојнице међусобно довољно далеко удаљене, променом струје у првој завојници, галванометар (који је прикључен на другој) неће реаговати, што значи да се у другој завојници није индуковала електромотрна сила.



Слика 5.30.

Објашњење ових појава је следеће. Да би се у другој завојници индуковала електромоторна сила, потребно је да у њој постоји промена магнетног флукса. На слици 5.29.а приказана је ситуација када су завојнице међусобно удаљене толико да флукс који потиче од електричне струје у првој завојници не пролази кроз навоје у другој. Зато се у њој не индукује електромоторна сила. У случају када су завојнице међусобно довољно близу, па у другој постоји промена флукса која потиче од електричне струје у првој завојници, у другој завојници ће се јавити индукована електромоторна сила, која се региструје на галванометру. Вредност те силе зависи од брзине промене флукса и количине тог флукса који обухвата другу завојницу, као и од броја навоја те завојнице. Величина флукса који обухвата другу завојницу мања је у случају приказаном на слици 5.30.б, него у случају приказаном на слици 5.30.ц, па ће самим тим и вредност индуковане електромоторне силе у другој завојници бити већа за случај приказан на слици 5.30.ц. Усмеравањем целокупног флукса, који потиче од струје у првој завојници, да пролази кроз другу, постиже се коришћењем магнетног кола од феромагнетног материјала (слика 5.30.д). На овај начин постиже се максимална вредност индуковане електромоторне силе у другој завојници. Појава да се у једном намотају индукује електромоторна сила услед промене јачине струје у другом, назива се међусобна (узајамна) индукција. Вредност индуковане електромоторне силе у другом калему (E_2) сразмерна је брзини промене електричне струје у првом (i_1)

$$E_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt} \tag{5.29}$$

где је M – коефицијент сразмерности, који називамо коефицијент међусобне индукције и изражава се у хенријима (H).

Ако у другом намотају тече електрична струја i_2, она ће такође стварати свој флукс који се затвара кроз први намотај и у њему ће се индуковати електромоторна сила са истим коефицијентом сразмерности M

$$E_1 = -M \cdot \frac{di_2}{dt} \tag{5.30}$$

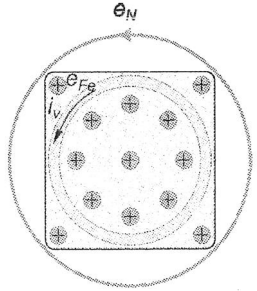
Ако прва завојница има коефицијент самоиндукције L_1, а друга L_2, њихов коефицијент међусобне индукције би био дат изразом

$$M = k \cdot L_1 \cdot L_2 \tag{5.31}$$

где је k - коефицијент спреге, неименован број који је мањи од јединице. Његова вредност се приближава јединици ако је магнетна веза између завојница чврша, тј. ако су оне међусобно ближе и ако је магнетно коло (уколико постоји) са бољом магнетном проводношћу. Ако се жели избећи индуктивно дејство једне завојнице у односу на другу, завојнице се морају поставити тако да међусобно заклапају угао од 90°. У том случају је коефицијент њихове међусобне индукције једнак нули.

5.15 ВРТЛОЖНЕ СТРУЈЕ

Речено је да се у навојку индукује електромоторна сила $e = \Delta\Phi/\Delta t$ чија вредност зависи од брзине промене магнетног флукса кроз тај навојак, под чијим ће дејством у навојку тећи струја i. Посматраћемо пресек магнетног кола приказаног на слици 5.30.д, који је дат на слици 5.31.



Слика 5.31. Принцип формирања вртложних струја

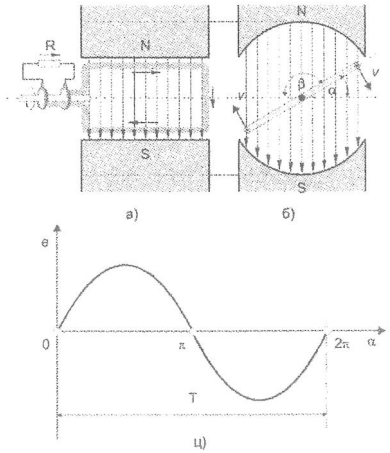
У навојку око језгра индукује се електромоторна сила услед промене магнетног флукса који пролази кроз језгро. Ако замислимо један прстен у самом језгру, кроз њега ће се мењати магнетни флукс, тако да ће се и у њему индуковати нека електромоторна сила e_{Fe} , која ће дати неку струју i_v. Како тај прстен има и свој електрични отпор, доћи ће до претварања дела електричне енергије у топлотну, па ће се магнетно коло загревати. Ове струје које се јављају у магнетном колу теку кружно (по замишљеним прстеновима), па се зато називају вртложне или вихорне струје. Оне се јављају у магнетним колима у којима је магнетни флукс променљив и штетне су због загревања магнетног кола. Оне се смањују на тај начин што се феромагнетном материјалу (од којег је израђено магнетно коло) додаје одређени проценат силицијума, а само коло се израђује од лимова од таквог материјала који су међусобно изоловани. Међутим у неким случајевима вртложне струје могу бити и корисне. Примењују се код електричних бројила и других мерних инструмената за наизменичну струју и у индукционим електричним пећима за топљење метала и руда.

6. НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

6.1 ДОБИЈАЊЕ НАИЗМЕНИЧНОГ НАПОНА И СТРУЈЕ

Раније смо поменули да је електрична струја усмерено кретање слободних електрона у проводницима и да се под дејством електромоторне силе ти слободни електрони крећу у затвореном електричном колу. Уколико електромоторна сила покреће електроне у затвореном електричном колу само у једном смеру, тада се та електромоторна сила назива једносмерном, а струја коју она даје једносмерном струјом. Међутим, уколико електромоторна сила покреће електроне у затвореном електричном колу час у једном, а час у другом смеру, тада се та електромоторна сила назива наизменичном, а струја коју она даје наизменичном струјом. Један од начина добијања наизменичне електромоторне силе приказан је на слици 6.1. Ако се један навојак обрће између полова магнета, у њему ће се индуковати електромоторна сила. Крајеви тог навојка су везани за прстенове, преко којих су преко четкица, које належу на те прстенове, повезани са пријемником R, кроз који тече струја, слика 6.1.а. При обртању навојка, проводници који образују навојак пресецају магнетне силнице магнета, па се у њима индукује електромоторна сила e, која је дата изразом

$$e = B \cdot \ell \cdot v \cdot \sin\alpha \qquad (6.1)$$



Слика 6.1. *Принцип добијања наизменичне струје*

Смер те индуковане електромоторне силе је у проводницима навојка приказан је на слици 5.1.а.б. Под дејством тих електромоторних сила у пријемнику отпора R, тећи ће електрична струја истог смера.
Из израза за електромоторну силу, види се да се њена вредност стално мења у времену при обртању навојка. Када се полови навојка нађу у оси полова магнета, тада је угао α између њих 90°, па је у том тренутку вредност индуковане електромоторне силе у навојку највећа (максимална).
Када навојак дође у положај где је угао α једнак 0°, вредност индуковане електромоторне силе у проводнику навојка зависи од тога под којим се полом проводник налази. Са слике 6.1. се види да ће у проводнику, када се он нађе под северним магнетним полом, бити исти смер електромоторне силе, а уколико се нађе под јужним, смер ће бити супротан.
На слици 6.1.ц приказана је електромоторна сила у навојку када се он обрне за 360°. Ако би се навојак и даље обртао, наведене промене индуковане електромоторне силе би се и даље у њему понављале. Време трајања пуне промене електромоторне силе назива се периода T.
Број пуних промена наизменичне величине електромоторне силе у једној секунди назива се учестаност или фреквенција f.
Јединица учестаности је један **херц** (Hz).
Учестаност од једног херца има наизменична величина чија се једна пуна промена заврши за једну секунду.
Однос између учестаности и периоде дата је изразом

$$f = \frac{1}{T} \quad [\text{Hz}] \tag{6.2}$$

Односно

$$T = \frac{1}{f} \quad [\text{s}] \tag{6.3}$$

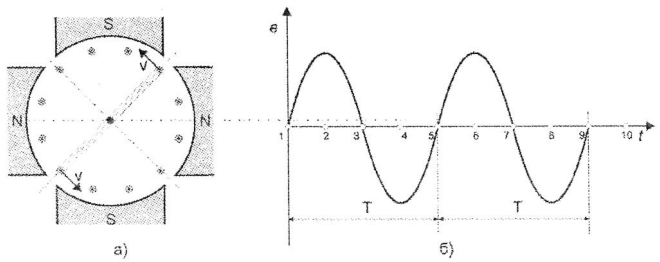
Ако би се навојак обртао у магнетном пољу, које потиче од два пара полова, (слика 6.2.а), у сваком проводнику навојка би се индуковала електромоторна сила чија је учестаност дата изразом

$$f = p \cdot \frac{n}{60} \quad [\text{Hz}] \tag{6.4}$$

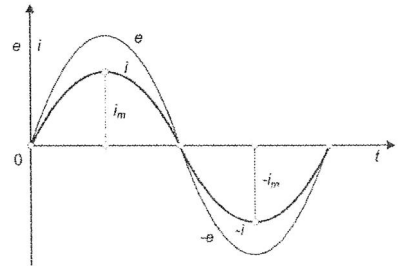
где је p – број пари полова, а n - број обртаја навојка у минути.
Ако се електромоторна сила мења по синусном закону, по истом закону ће се мењати и струја коју она даје (слика 6.3). Са дијаграма на слици се види да се вредност електромоторне силе, односно струје, стално мења у времену од нуле до неке максималне вредности у једном и у другом смеру.

Код наизменичних струја разликујемо:

- тренутну вредност електромоторне силе e, струје i, и напона u
- максималну вредност електромоторне силе E_m, струје I_m и напона U_m
- ефективну вредност електромоторне силе E, струје I и напона U.



Слика 6.2. *Индукована емс у генератору са два пара полова*



Слика 6.3. *Индукована електромоторна сила и струја*

Тренутна вредност наизменичне величине (напона, струје и електромоторне силе) је вредност те величине у било ком тренутку времена, што значи да она може имати било коју вредност од нуле до максималне,

Максимална вредност наизменичне величине (напона, струје и електромоторне силе) је највећа вредност те величине која се може постићи.

Ефективна вредност наизменичне величине (напона, струје и електромоторне силе) је вредност те величине која је мања од максималне вредности те величине. Ако је промена наизменичне величине синусна, имамо да је:

$$E = \frac{E_m}{\sqrt{2}} \tag{6.5}$$

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \tag{6.6}$$

$$U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \tag{6.7}$$

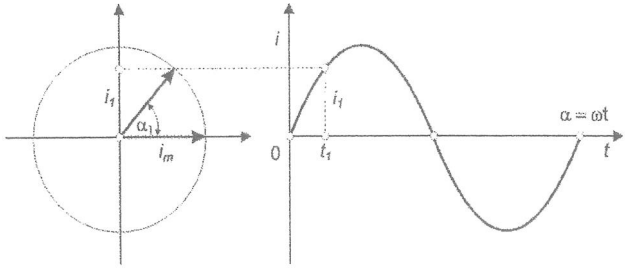
Да би смо лакше разумели појам ефективне вредности неке наизменичне величине, пођимо од самих мерења те величине. Ако би смо желели, на пример, измерити струју, поставља се питање коју би смо вредност мерили, пошто се њена вредност сваког тренутка мења у времену. Зато је погодније посматрати топлотно дејство електричне струје. Ако кроз неки отпор R протиче наизменична електрична струја, она ће за једну периоду T одати одређену количину топлоте. За то исто време нека једносмерна струја ће дати исту количину топлоте, а њена вредност одговара ефективној вредности наизменичне струје. У пракси, када се говори о вредности наизменичне величине, мисли се на ефективну вредност те величине. Инструменти за мерење су тако подешени да мере ефективну вредност наизменичних величина. Тако на пример, измерени наизменични напон износи 230 V, а то је у ствари ефективна вредност тог напона.

Његова максимална вредност износи

$$U_m = \sqrt{2} \cdot U = \sqrt{2} \cdot 230 \ \ V = 324.3 \ \ V$$

6.2 ПРЕДСТАВЉАЊЕ НАИЗМЕНИЧНОГ НАПОНА И СТРУЈЕ

Приказивање више наизменичних величина у облику синусних функција није увек погодно, јер се не добија довољно јасна прегледност као и увид у међусобни однос више променљивих. Недостаци синусног приказивања отклоњени су векторским приказивањем наизменичних величина. Свака наизменична величина која се мења по синусном закону може се приказати обртним вектором чији је смер обртања супротан од смера обртања казаљке на часовнику. Дужина вектора представља, у одређеној сразмери, максималну вредност наизменичне величине. На слици 6.4. приказана је наизменична струја обртним вектором и синусном функцијом.



Слика 6.4. *Наизменична струја представљена обртним вектором (фазором)*

За неко време t_1 обртни вектор ће прећи неки угао α_1. Са синусног дијаграма се види да ће у тренутку t_1 струја имати вредност i_1. Та вредност струје, приказана вектором, представља пројекцију тог вектора на ординату

$$i_1 = I_m \sin\alpha_1 \tag{6.8}$$

Време за које вектор струје направи пун обртај одговара једној периоди T те наизменичне величине.
Однос $2\pi/T$ представља угаону брзину, која се исказује у **радијанима по секунди** [rad/s].
Ако угаону брзину обележимо са ω, имамо

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \tag{6.9}$$

Веза између фреквенције и периоде је:

$$\frac{1}{T} = f \tag{6.10}$$

Према томе добија се да је угаона брзина:

$$\omega = 2\pi \cdot f \tag{6.11}$$

При обртању вектора пређени угао α зависи од угаоне брзине и времена у ком се посматра положај тог вектора, па је

$$a = 2\pi \cdot f \cdot t \tag{6.12}$$

Сада ће вредност наизменичне струје у тренутку t_1 (слика 6.4), бити

$$i_1 = I_m \sin\alpha_1 \tag{6.13}$$

Односно

$$i_1 = I_m \sin\omega \cdot t_1 \tag{6.14}$$

$$i_1 = I_m \sin 2\pi f \cdot t_1 \tag{6.15}$$

Према томе, вредност наизменичне струје у било ком тренутку времена дата је изразом

$$i = I_m \sin\omega \cdot t \tag{6.16}$$

6.3 ФАЗНИ ОДНОСИ НАИЗМЕНИЧНИХ ВЕЛИЧИНА

Ако имамо две наизменичне величине чије су учестаности исте, а обе се мењају по синусном закону, могу наступити следеће ситуације

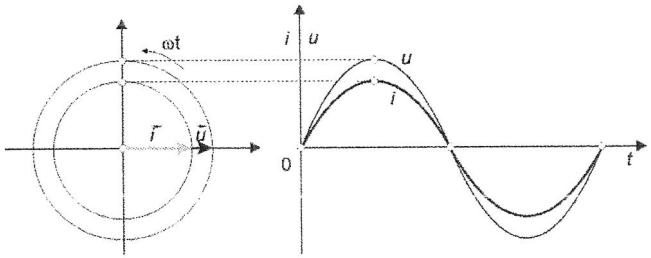
- две наизменичне величине истовремено постижу максимум, односно нулу
- две наизменичне величине не постижу истовремено максимум, односно нулу

На слици 6.5 приказани су наизменична струја и напон, векторски (слика 6.5.а) и синусном функцијом (слика 6.5.б). Обе ове наизменичне величине истовремено постижу нулу, односно максимум, па кажемо да су те две величине у фази. Угао α између вектора напона и струје је једнак нули.

Наизменичне величине исте фреквенције, које се мењају по синусном закону, али не постижу истовремено максимум, односно нулу, називамо фазно помереним величинама.

Ако две наизменичне величине, чија је учестаност иста, истовремено не постижу нулу, односно максимум, кажемо да нису у фази и да су фазно померене за угао α.

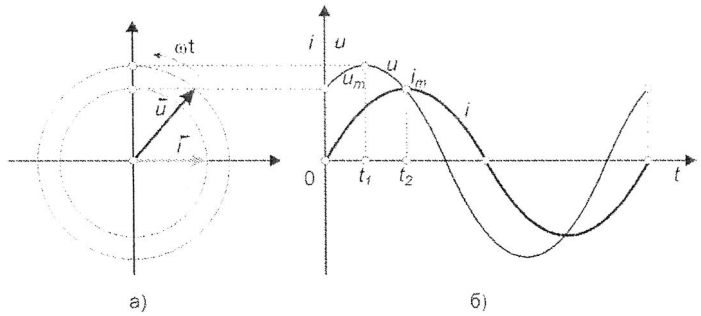
На слици 6.6 те две величине су приказане векторски (слика 6.6.а) и синусном функцијом (слика 6.6.б).



Слика 6.5. *Временски дијаграм напона и струје који су у фази*

У наведеном примеру напон достиже максимум у тренутку t_1, а нешто касније, у тренутку t_2 и струја постиже свој максимум.

Значи прво је напон достигао свој максимум, па кажемо да напон предњачи у односу на струју за угао φ_1, односно струја касни за напоном за тај угао.



Слика 6.6. *Временски дијаграм напона и струје који нису у фази, струја фазно заостаје за напоном*

Ако имамо неки пријемник, који је прикључен на наизменични напон, кроз њега ће тећи наизменична струја.
У таквом електричном колу напон и струја могу бити међусобно у фази или фазно померени.
Да ли су у неком електричном колу наизменични напон и струја у фази или су фазно померени, зависи од врсте отпора у том колу.

6.4 ПРЕДСТАВЉАЊЕ НАИЗМЕНИЧНИХ ВЕЛИЧИНА КОМПЛЕКСНИМ БРОЈЕМ

Комплексни број *је број који чини збир реалног и имагинарног броја.* Имагинарни број је негативни број под кореном. Да би он постао позитиван множи се са -1. На овај начин се вади корен из позитивног броја и решење се множи са $\sqrt{-1}$. Ова вредност представља имагинарну јединицу која се обележава са **j**. Дакле,

$$j=\sqrt{-1}\,. \tag{6.17}$$

У математици уместо **j** користи се ознака **i**. Јасно је да због аналитичког израза струје **i** у електротехници то није практично.
Ако са **a** обележимо реални део комплексног броја а са **b** имагинарни део комплексног броја, тада ће комплексни број (обележимо га са $\underline{Z}$) бити једнак:

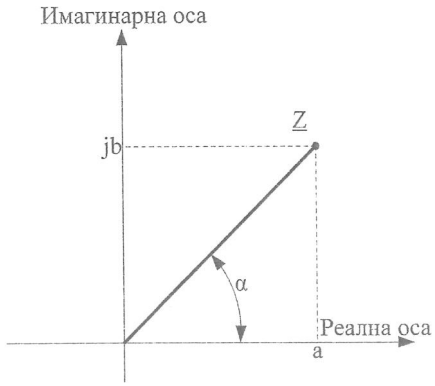
$$\underline{Z} = a + jb. \tag{6.18}$$

Често се користе коњуговано комплексни бројеви, а то је комплексни број којем се промени предзнак испред j (имагинарне јединице, -j).
Дакле, коњуговано комплексни број (ознака $\underline{Z}^*$) претходном комплексном броју је:

$$\underline{Z}^* = a - jb. \tag{6.19}$$

Графичко представљање комплексног броја

Према слици 6.7 на реалној оси (апсциси) налазе се реални бројеви, а на имагинарној оси (ординати) су имагинарни бројеви.



Слика 6.7. *Представљање комплесног броја у комплексној равни*

На основу ових бројева може се комплексни број $\underline{Z}$ написати у облику:

$$\underline{Z} = a + jb, \tag{6.20}$$

који се назива **алгебарски облик комплексног броја**. Видимо да комплексни број са својим пројекцијама чини један правоугли троугао из којег следи:

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{a^2 + b^2} \tag{6.21}$$

што представља **модуо** комплексног броја. Угао α се назива **аргументом** комплексног броја и он се може одредити помоћу тангенса угла ($\cos\alpha$ или $\sin\alpha$):

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{b}{a} \quad \Rightarrow \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{b}{a} \tag{6.22}$$

Како је (слика 6.7),

$$\cos\alpha = a/Z, \tag{6.23}$$

односно,

$$\sin\alpha = b/Z \Rightarrow a = Z\cos\alpha, \quad b = Z\sin\alpha, \tag{6.24}$$

те се алгебарски облик комплексног броја може представити у облику:

$$\underline{Z} = Z(\cos\alpha + j\sin\alpha), \tag{6.25}$$

Запис комплексног броја дат изразом (6.25) назива се **тригонометријски облик комплексног броја**. У математици је познат тзв. **Ојлеров број** $e^{j\alpha}$ који је једнак :

$$e^{j\alpha} = \cos\alpha + j\sin\alpha, \tag{6.26}$$

па се тригонометријски облик комплексног броја лако трансформише у **Ојлеров облик** који се још назива и **експоненцијални облик комплексног броја.** Дакле, експоненцијални облик комплексног броја, за слику 6.7 износи:

$$\underline{Z} = Z e^{j\alpha} \tag{6.27}$$

Поред наведених облика комплексног броја може се користити облик:

$$\underline{Z} = Z\angle\alpha, \tag{6.28}$$

који се назива **конвенционални облик** комплексног броја (облик модула и аргумента).

У пракси се углавном користе претходна три (*алгебарски, тригонометријски и експоненцијални*), јер конвенционални облик је идентичан експоненцијалном облику па је њихова примена иста. Да се приметити да је симбол комплексног броја исти као и фазора, што је и логично, јер се сваки вектор може разложити на компоненте (по x и y оси) које формирају правоугли троугао (исто као и комплексни број). То значи да се сваки вектор може симболично представити комплексним бројем и обрнуто. Извесне разлике које постоје са становишта наше струке нису значајна. Већ је констатовано да се наизменичне величине могу представити вектором (фазором), а самим тим и комплексним бројем.

Сви ови начини представљања наизменичних величина (*аналитички, фазорски, графички и комплексно*) су међусобно повезани (јер говоре о истој величини). Због тога је довољно имати наизменичну величину записану у једном облику. Наравно, из тог облика прелази се у сваки други, поштујући одређена правила. Користи се увек онај облик који је најрационалнији (најједноставнији) за анализу.

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак

Струја $i_1 = 10\sin(\omega t + \pi/4)$ предњачи струји i_2 за угао $3\pi/4$. Написати аналитички израз за струју i_2 ако је њена максимална вредност једнака $I_{m2} = 5$ A.

2. Задатак

Струју $i = 10\sin(\omega t + \pi/4)$ представити фазорски, графички и комплексно у свим облицима.

3.Задатак
Дату струју у комплексном облику $\underline{I} = 10 + j\,10$ A, написати аналитички.

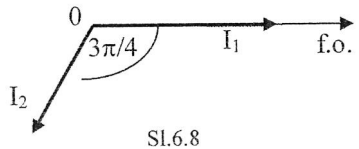
4. Задатак
Одредити збир струја i_1 и i_2 на све начине (аналитички, графички, фазорски и комплексно) ако је $i_1 = 5 \sin(\omega t + \pi/4)$ а $i_2 = 5 \cos(\omega t + \pi/4)$.

5. Задатак
Сабрати струје $\underline{I}_1 = I$, $\underline{I}_2 = I \cdot e^{-j\,2\pi/3}$ и $\underline{I}_3 = I \cdot e^{-j\,4\pi/3}$.

6. Задатак
Сабрати струје $i_1 = 10 \sin(\omega t + \pi/3)$ и $\underline{I}_2 = -j\,5\sqrt{2}$.

7. Задатак
Ако су промене емс двају генератора врши по законима $e_1 = 200 \sin(314t + 10°)$ [V] и $e_2 = 300 \sin(314\,t - 35°)$ [V], одредити аналитички израз за промену напона на прикључницама редне везе ових генератора (падови напона занемарљиви). Нацртати фазорски дијаграм.

8. Задатак



Sl.6.8

Струје i_1 и i_2 су приказане фазорима на слици 2.8. Ако су ефективне вредности (фазе) тих струја $I_1 = 3\sqrt{2}$ A и $I_2 = 2$ A, одредити аналитички израз за струју i_o која је једнака $i_o = i_1 - i_2$.

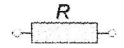
9. Задатак
За дате струје $i_1 = 10 \sin(\omega t + \pi/3)$ [A] и $i_2 = 10 \cos(\omega t + \pi/3)$ [A] одредити њихову разлику
$i_o = i_1 - i_2$. Нацртати фазорски и графички дијаграм.

10. Задатак
У једном чвору налазе се три гране. Референтни смер струја узет је од чвора. У две гране познате су јачине струја и оне износе: $i_1 = 10 \cos 25\,t$ и $i_2 = 5 \cos(25\,t - 45°)$, које улазе у дати чвор. Израчунати јачину струје у трећој грани на све начине (аналитички, графички, фазорски и комплексно).

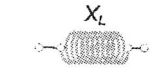
6.5 ОТПОРИ У КОЛУ НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

У колу наизменичне струје могу се јавити три врсте отпора

- ***термогени отпор*** (омски, активни) ***R***



- ***индуктивни отпор*** X_L



- ***капацитивни отпор*** X_C

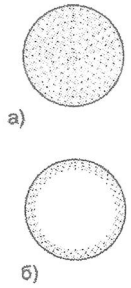


1. Термогени отпор (омски, активни) **R**

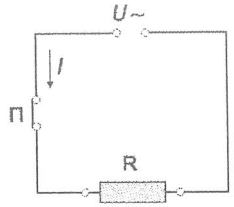
Раније је већ речено да је електрични отпор R супротстављање материјала усмереном кретању електрона. Усмерени електрони се при свом кретању сударају са честицама материјала, предају им један део кинетичке енергије, па се честице брже крећу, што изазива веће сударање и загревање материјала.
Настала топлота (топлотна енергија) је последица претварања електричне енергије у топлотну. У колима једносмерне струје постоји само ова врста отпора.
На исти начин и наизменична струја загрева проводник кроз који она протиче, што значи да се електрична енергија и у њему претвара у топлотну. Ова врста отпора у колу наизменичне струје се због тога и назива термогени отпор.
За одређени проводник вредност термогеног отпора је дата изразом

$$R = \rho \cdot \frac{\ell}{S} \quad [\Omega] \tag{6.29}$$

где је ρ - специфичан отпор за дати материјал проводника, *l*- дужина проводника, а S – површина попречног пресека проводника.
Једносмерна струја се равномерно распоређује по пресеку проводника, тако да је цео проводник активан. Међутим, наизменична струја нема исту густину по пресеку проводника и што је њена учестаност већа, ток струје се распоређује више по површини проводника, а мање по унутрашњем делу.



Слика 6.8.



Слика 6.9.

На слици 6.8 а приказан је распоред једносмерне струје у проводнику. Са слике се види да је активни пресек проводника, када кроз њега протиче једносмерна струја, укупан пресек тог проводника. Међутим, када кроз њега протиче наизменична струја, активни део проводника је углавном само спољашњи део пресека проводника. Зато ће електрични отпор неког проводника бити мањи када кроз њега протиче једносмерна струја, него наизменична.
Који део проводника је активан за наизменичну струју зависи од учестаности те струје. Тако, на пример, за учестаност од 50Hz наизменичне струје, врло је мала разлика у вредности отпора у односу на једносмерну струју, те се зато у пракси узима да је за обе струје вредност електричног отпора иста.
За врло високе вредности учестаности струје, наизменична струја тече само по површини проводника, па се за струје таквих учестаности проводници израђују у облику цеви (непотребан је унутрашњи део проводника), ужади (чиме се повећава површина проводника) или се проводник израђује од неког јефтинијег (лошијег) електричног проводника, који се споља превлачи танким слојем материјала који је добар проводник електричне струје.
На слици 6.9 приказан је термогени отпор прикључен на наизменични напон. Кроз њега ће протицати наизменична струја. Тренутна вредност напона је синусна функција:

$$u = U_m \sin\omega \cdot t \tag{6.30}$$

Струја која пролази кроз отпорник R у сваком тренутку зависи од напона, па је зато тренутна вредност струје

$$i = \frac{u}{R} = \frac{U_m}{R}\sin\omega \cdot t \tag{6.31}$$

Односно

$$i = I_m \sin\omega \cdot t \tag{6.32}$$

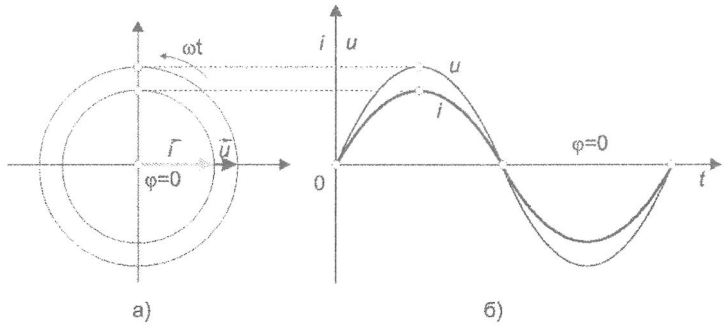
Према томе, максимална вредност струје изражена преко максималне вредности напона је:

$$I_m = \frac{U_m}{R} \tag{6.33}$$

Или ефективна вредност струје

$$I = \frac{U}{R} \tag{6.34}$$

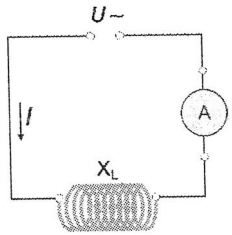
Из наведеног се може закључити да је струја кроз отпор највећа када је напон највећи, односно када је напон једнак нули и струја је једнака нули. То значи да су ове две наизменичне величине у фази (слика 6.10).



Слика 6.10. *Фазорски и временски дијаграм напона и струје за омско оптерећење*

У овом отпорнику се електрична енергија извора претвара у топлотну, па се ова врста отпора назива **активни отпор**.
Снага претварања електричне енергије у топлотну назива се активна снага P_a.
Тренутна вредност снаге *n* добија се као производ тренутне вредности напона и тренутне вредности струје

$$p(t) = u(t) \cdot i(t) \tag{6.35}$$



Слика 6.13. *Индуктивност у колу наизменичне струје*

Прикључујући различите завојнице (код којих је активни отпор занемарујући), приметићемо да ће се јачина струје мењати. То значи да свака завојница има неки свој отпор чија вредност утиче на вредност струје у том колу. Отпор који се јавља у завојници, када кроз њу протиче наизменична струја, називамо **индуктивни отпор** и означавамо га са X_L.

Ако би мењали учестаност наизменичног напона, на који је завојница прикључена, мењала би се и јачина струје кроз завојницу, а то значи да се, са променом учестаности, мења и индуктивни отпор завојнице.

За већу учестаност тај отпор је већи и обрнуто.

Значи, индуктивни отпор зависи од особина саме завојнице (броја навојака, дужине, пречника навојака) и од учестаности наизменичног напона на који је та завојница прикључена.

Природу индуктивног отпора можемо објаснити на следећи начин:

Ако кроз завојницу пролази наизменична струја, у њој се јавља промењљиви флукс који потиче од те струје. Под дејством тог флукса у њој се индукује електромоторна сила чији је смер увек супротан смеру струје. Ово ограничавање струје у завојници називамо индуктивни отпор.

Величина која карактерише особине завојнице назива се индуктивитет завојнице, а јединица индуктивитета је 1 **хенри** [H].

Математички израз за индуктивни отпор је

$$X_L = 2\pi fL \quad [\Omega] \tag{6.38}$$

Односно

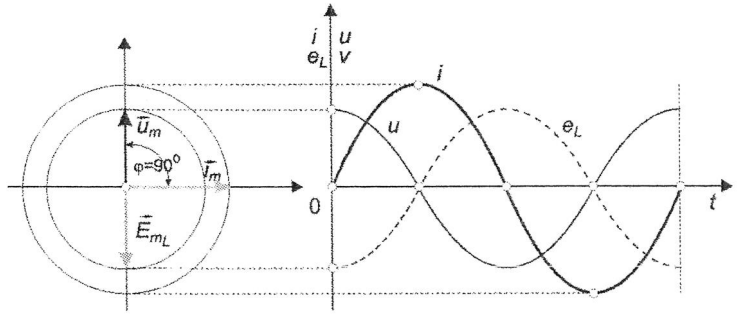
$$X_L = \omega L \quad [\Omega] \tag{6.39}$$

У комплексном домену је реактанса калема:

$$\underline{X}_L = j\omega L \tag{6.39 a}$$

где је: X_L - индуктивни отпор у омима [Ω], f - учестаност [Hz], L - индуктивитет у [H] и ω - угаона брзина у [rad/s].

На слици 6.14 приказан је дијаграм напона *у* на који је прикључена завојница, струја и која тече кроз ту завојницу и електромоторна сила e_L самоиндукције те завојнице.



Слика 6.14. *Временски дијаграм напона, струје и емс самоиндукције калема (завојнице)*

Са дијаграма се види да је електромоторна сила самоиндукције увек супротна напону на који је завојница прикључена и да напон предњачи у односу на струју за 90°.

Струја која тече кроз завојницу може се израчунати по Омовом закону:

$$I = \frac{U}{X_L} = \frac{U}{\omega L} = \frac{U}{2\pi fL} \quad [A] \tag{6.40}$$

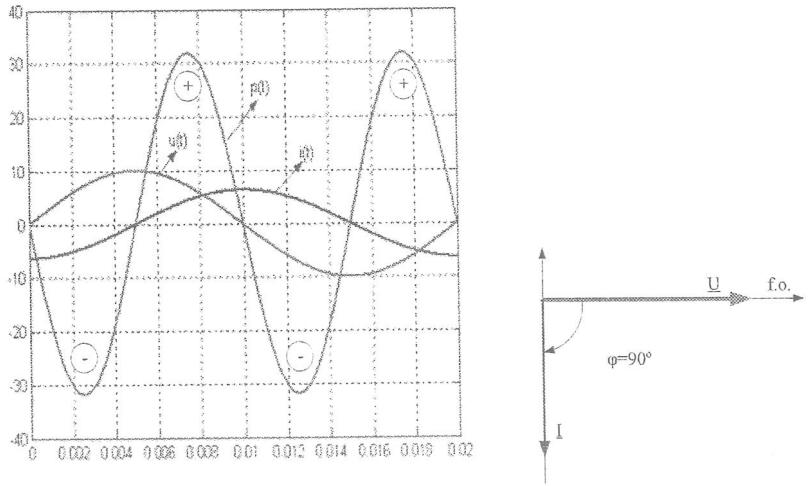
Односно у комплексном домену струја је:

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{X}_L} = \frac{\underline{U}}{j\omega L} [A] \tag{6.40 a}$$

Да би добили тренутне вредности снаге завојнице у току једне периоде, поћи ћемо од израза

$$p = u_L i \tag{6.41}$$

Ако помножимо тренутне вредности напона и струје, добићемо вредности приказане на дијаграму 6.15. Површина између криве и временске осе представља у одређеној сразмери енергију.



Слика 6.15. *Временски дијаграм напона, струје и снаге калема (завојнице) и одговарајући фазорски дијаграм*

У другој четвртини периоде, електрична енергија извора се у завојници претвара у магнетну енергију (на дијаграму приказана са ⊕). У првој четвртини периоде, магнетна енергија завојнице се претвара у електричну и враћа извору (на дијаграму приказано са ⊖). Све ово се даље периодично понавља. То значи да енергија, практично, осцилује од извора до завојнице и обрнуто мењајући при том свој облик из електричне у магнетну. Као што се из наведеног види, електрична енергија, која из извора долази у завојницу не може да се користи, па се зато ова врста отпора назива реактивни отпор, а његова снага реактивна снага. Магнетна енергија, која је нагомилана у магнетном пољу завојнице за време од четвртине периоде, дата је изразом

$$W_L = \frac{L \cdot I_m^2}{2} \quad [J] \tag{6.42}$$

где је L - индуктивитет завојнице а I_m - максимална вредност наизменичне струје.

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак
Кроз калем индуктивности L = 10 mH протиче струја i = 10 SIN (314t – π/2). Одредити израз за индуковану емс самоиндукције e_L.

2. Задатак
Одредити индуктивност L калема кроз који протиче струја i = 20 sin 314t ако је максимална вредност индуковане емс самоиндукције E_{mL} = 6,28 V.

3. Задатак
Аналитички израз напона на калему је: u = 20cos (ωt + π/4). Написати аналитички израз за јачину струје и ако је кружна учестаност ω = 500 rad/s а индуктивност L = 200 μH.

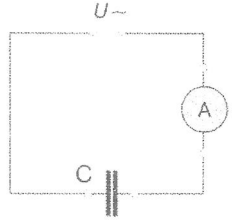
4. Задатак
Написати аналитички израз за струју и у колу са савршеним калемом ако је u = 100 sin ωt, индуктивност L = 5 mH и кружна учестаност ω = 100 rad/s.

5. Задатак
Индиктивни навој L = 10 mH (савршено L коло) прикључен је на напон U = 62,8 V. Ако је струја у колу I = 20 A, одредити њену учестаност f.

6. Задатак
Индуктивни отпор савршеног навоја износи X_{L1} = 78 Ω при учестаности f_1 = 500 Hz. При којој ће учестаности f_2 индуктивни отпор износити X_{L2} = 120 Ω ?

3. Капацитивни отпор Xc

Када се на кондензатор одређеног капацитета C прикључи наизменични напон, у том колу ће тећи нека наизменична струја, слика 6.16.



Slika 6.16. *Kondenzator u kolu naizmenične struje*

Ако би смо на исти напон прикључивали кондензаторе различитог капацитета, приметили би смо да би за кондензатор већег капацитета и струја била већа и обрнуто. Ако би смо мењали само учестаност наизменичног напона који је прикључен на кондензатор, струја у таквом колу би била већа за већу учестаност прикљученог напона. Како се у колу мења струја са променом капацитета кондензатора или променом учестаности напона извора наизменичне струје, то значи да се променом ових величина мења и отпор струјног кола.

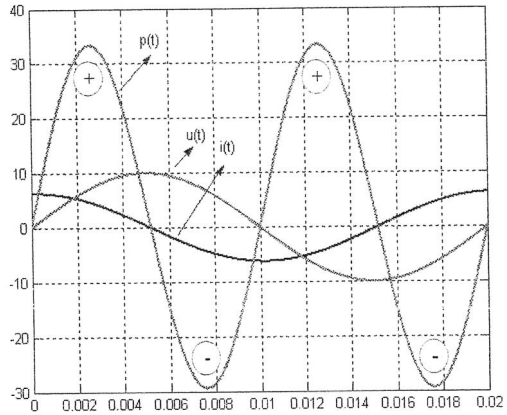
Електрични отпор у кондензатору називамо капацитивни отпор. Он зависи од капацитета кондензатора и учестаности наизменичног напона који је прикључен на кондензатор.
Он је дат изразом

$$X_C = \frac{1}{2\pi f \cdot C} = \frac{1}{\omega C} \tag{6.43}$$

Односно у комплексном домену, реактанса кондензатора је:

$$\underline{X}_C = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C} \tag{6.43 а}$$

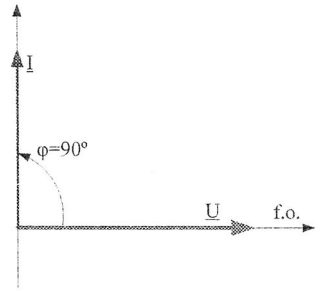
Капацитивни отпор кондензатора је, према томе, обрнуто сразмеран капацитету кондензатора и учестаности напона на који је он прикључен. Прикључивањем кондензатора на наизменични напон у току прве четвртине периоде долази до нагомилавања енергије у њему, и кажемо да се кондензатор пуни. Та нагомилана енергија представља електричну енергију извора, која се у кондензатору претворила у електростатичку енергију кондензатора.



Слика 6.17. *Временски дијаграм напона струје и снаге кондензатора*

У другој четвртини периоде електростатичка енергија, која је нагомилана у кондензатору, поново се претвара у електричну и враћа извору. Значи, енергија у кондензатору стално осцилује између извора и кондензатора, па кондензатор, као и завојница, представља реактивни отпор. На слици 6.17 приказане су криве које представљају тренутне вредности струје i у колу, напона на крајевима

кондензатора u_C и снаге p_C. Површина између криве снаге и временске осе, означена са $\oplus$, представља електричну енергију кондензатора, а површина означена са $\ominus$ представља електростатичку енергију кондензатора која се претвара у електричну енергију и враћа извору.
Са поменутог дијаграма се даље види да су струја и напон на крајевима кондензатора фазно померени за 90°, односно да струја предњачи за напоном за 90°, слика 6.18.



Слика 6.18. *Фазорски дијаграм напона и струја на кондензатору*

Ефективна вредност електричне наизменичне струје у колу, у којем постоји само капацитивни отпор, дата је изразом

$$I = \frac{U}{X_C} \quad [A] \tag{6.64}$$

где је U - ефективна вредност наизменичног напона на који је кондензатор прикључен, а X_C - капацитивни отпор кондензатора.

Односно у комплексном домену струја кондензатора је:

$$\underline{I}_C = \frac{\underline{U}}{\underline{X}_C} = \frac{\underline{U}}{-j\frac{1}{\omega C}} \quad [A] \tag{6.64 а}$$

Енергија кондензатора је дата изразом

$$W_C = \frac{C \cdot U_m^2}{2} \quad [J] \tag{6.65}$$

где је C – капацитет кондензатора а U_m – максимална вредност наизменичног напона на који је прикључен кондензатор.

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак
Колики је капацитет кондензатора који се налази у колу наизменичне струје кроз који протиче струја од I = 5 A, ако је напон на њему $u = 160\sqrt{2}\sin 100t$?

2. Задатак
Нацртати векторски дијаграм напона и струје за коло са кондензатором ако је његов капацитет
C = 80 μF а прикључени напон $u = 125\sqrt{2}\cos(100 + \pi/4)$ V.

3. Задатак
На наизменични напон $u = 282 \sin 100t$ прикључен је кондензатор C = 40 μF. Колика је струја која протиче кроз кондензатор ?

4. Задатак
Кондензатор је прикључен на напон U = 128 V фреквенције f = 50 Hz. Колики је капацитет кондензатора C ако је струја у кондензатору I = 0,2 A ?

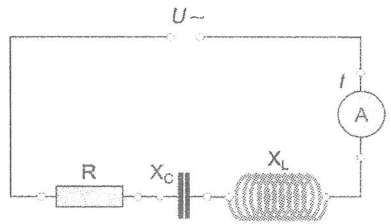
5. Задатак
Кондензатор капацитета C =30 μF прикључен је на извор наизменичне струје. Ефективна вредност напона износи 400 V, а фреквенција је 50 Hz. Одредити:
а) реактансу кондензатора (капацитивни отпор) X_C;
б) ефективну вредност струје у колу.
Решења написати у комплексном броју (сви облици).

6. Задатак
Кондензатор капацитета C = 318 μF везан је на извор напона
$y = 100\sqrt{2}\sin(314\,t - \pi/6)$.
Одредити:
а) струју у колу,
б) капацитивну отпорност при фреквенцији f = 500 Hz,
ц) струју при f = 500 Hz, и истом напону.
Сва решења написати у комплексном броју. Да ли реактанса, комплексно , зависи од напона $\underline{U}$ и струје $\underline{I}$?

7. Задатак
Кондензатор капацитета C=50 μF прикључен је на извор наизменичног напона фреквенције 1 KHz. Колика је максимална вредност јачине струје у колу ако је ефективна вредност напона на плочама кондензатора 20 V ?

6.6 ИМПЕНДАНСА – РЕДНА ВЕЗА RLC ЕЛЕМЕНАТА

У електричном колу наизменичне струје обично се поменути отпори налазе комбиновано. На слици 6.19 приказано је електрично коло наизменичне струје у коме су редно везани активни, индуктивни и капацитивни отпор. Јасно је да вредности струје у овом колу зависе од напона извора и вредности активне, индуктивне и капацитивне отпорности.



Слика 6.19. *Редна веза RLC елемената у колу наизменичне струје*

Због природе индуктивног и капацитивног отпора, укупан отпор тог кола је увек мањи од алгебарског збира вредности сва три отпора у колу.
Укупан отпор у колу наизменичне струје називамо **импеданса кола**, означавамо га са Z и изражавамо у **омима** [Ω].
Она је дата изразом

$$Z^2 = R^2 + (X_L - X_C)^2 \tag{6.66}$$

У комплексном домену импедансу редне везе RLC елемената можемо написати на следећи начин:

$$\underline{Z} = R + j\omega L - j\frac{1}{\omega C} = R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \tag{6.66 а}$$

Раније је објашњено да завојница и кондензатор представљају реактивне отпоре. Разлика тих отпора представља укупни реактивни отпор X,

$$X = X_L - X_C \tag{6.67}$$

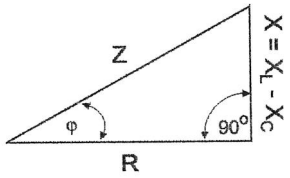
Односно у комплексном домену укупан реактивни отпор је:

$$\underline{X} = j(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \tag{6.67 а}$$

Израз за импедансу је :

$$Z = \sqrt{(R^2 + X^2)} \quad [\Omega] \tag{6.68}$$

Како овај израз представља израз за *Питагорину теорему* за хипотенузу правоуглог троугла, то значи да се ови отпори односе као странице правоуглог троугла, слика 6.20, чији је угао φ, који представља угао између вектора наизменичног напона и струје у том колу.



Слика 6.20. *Троугао отпора RLC елемената у колу наизменичне струје*

На основу реченог закључујемо да ће у једном електричном колу наизменична струја и напон бити фазно померени ако постоји нека вредност укупног реактивног отпора X. Ако је индуктивни отпор већи од капацитивног, напон ће предњачити у односу на струју за неки угао φ, а ако је капацитивни већи од индуктивног, напон ће каснити за струјом за неки угаоφ. Према томе, Омов закон за електрично коло наизменичне струје гласи,

$$I = \frac{U}{Z} \quad [A] \tag{6.69}$$

Где је,

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \tag{6.70}$$

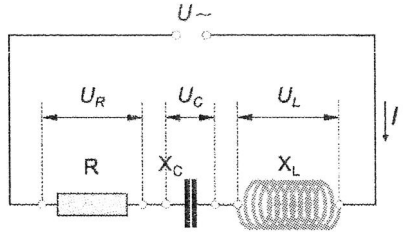
$$Z = \sqrt{\left[R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2\right]} \qquad Z = \sqrt{\left[R^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2\right]} \tag{6.71}$$

За величине изражене у комплексном домену струју која тече кроз импедансу можемо у комплексном домену изразити на следећи начин :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{U}}{R + j(\omega L - \frac{1}{\omega C})} \tag{6.70 a}$$

6.7 НАПОНИ РЕДНЕ ВЕЗЕ RLC ЕЛЕМЕНАТА

Ако активни, индуктивни и капацитивни отпор повежемо на ред и прикључимо на извор наизменичног напона (слика 6.21), на сваком од отпора ће се појавити одређена вредност напона.
Она зависи од вредности струје која у овом колу тече, као и од вредности самих отпора.



Слика 6.21. *Напони редне везе RLC елемената у колу наизменичне струје*

Укупан напон у таквом електричном колу дат је изразом,

$U = ZI$, односно за комплексни домен, $\underline{U} = \underline{Z}\,\underline{I}$ (6.72)

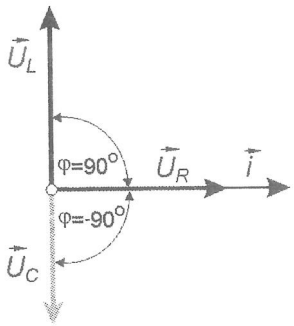
а напони на појединим отпорима

$U_R = R\,I$, за комплексни домен $\underline{U}_R = R\,\underline{I}$ (6.73)
$U_L = X_L\,I$, за комплексни домен $\underline{U}_L = \underline{X}_L\,\underline{I} = j\omega L\underline{I}$

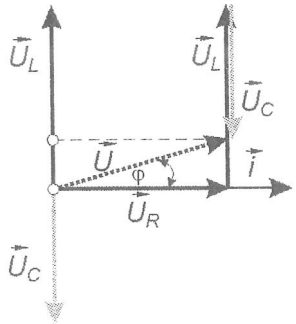
$U_C = X_C I$, за комплексни домен $\underline{U}_C = \underline{X}_C\underline{I} = -j\frac{1}{\omega C}\underline{I}$ (6.74)

Поставља се питање каква је веза између тих напона.
Раније смо видели да је у активном отпору струја у фази са напоном, да напон на крајевима завојнице предњачи струји за 90°, а напон на кондензатору касни за струјом за 90°. На слици 6.22 дати су вектори напона на појединим отпорима и вектор струје. Вектор напона извора је једнак збиру вектора напона на појединим отпорима, (слика 6.23), и дат је изразом:

$$\vec{U} = \vec{U}_R + \vec{U}_L + \vec{U}_C \tag{6.75}$$



Слика 6.22.



Слика 6.23.

Из правоуглог троугла, приказаног на дијаграму на слици 6.23, примењујући Питагорину теорему, добијамо за укупан напон

$$U = \sqrt{\left[U_R^2 + (U_L - U_C)^2\right]} \qquad (6.76)$$

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак
Редна веза R, L и C прикључена је на напон $\underline{U} = 120 \cdot e^{j\,0}$. Ако је R = 10 Ω; L = 20 mH; C = 1mF и f = 50 Hz, одредити аналитички израз за струју i.

2. Задатак
Кроз редну везу R = 10 Ω, X_L = 10 Ω и X_C = 20 Ω протиче струја $\underline{I}$ = 15 + j 8 A. Одредити $\underline{U}_R$, $\underline{U}_L$, $\underline{U}_C$, $\underline{U}$, U_R, U_L, U_C и U и нацртати фазорски дијаграм напона и струје.

3. Задатак
У колу редне везе R, L и C прикључени напон износи $\underline{U}$ = 120 + j 40 [V], а отпори R = 10 Ω, X_C = 6 Ω.
Колики је X_L да би угао φ износио φ = π/4 ? Нацртати фазорски и комплексни дијаграм напона.

4. Задатак
Одредити кружну учестаност ω и капацитивност C за редну везу R, L, C тако да угао φ буде једнак π/3, ако је R = 20 √3 Ω, L = 90 mH а X_L три пута већи од X_C.

5. Задатак
Нацртати векторски дијаграм струје и напона за редно коло L и C ако је $X_L = 3 \cdot X_C$, I = 2 A и напон u = 141 sin ωt.

6. Задатак
Два кондензатора везана су редно са два отпора. Нацртати фазорски дијаграм напона ако је R_1 = 10 Ω, R_2 = 50 Ω, C_1 = 20 μF, C_2 = 10 μF, напон U = 200 V и ω = 1 875 rad/s.

7. Задатак
Импедансе $\underline{Z}_1 = 5 - j\,3$ Ω; $\underline{Z}_2 = 3 - j\,5$ Ω и $\underline{Z}_3 = 7 - j\,12$ Ω везане су редно на напон u = 1000 sin (ωt + π/3). Како гласи аналитички израз за струју i.

8. Задатак
Редна веза два отпора и два кондензатора прикључена је на напон U = 220 V учестаности ω = 1000 rad/s. Наћи Z, $\underline{Z}$, I, φ и нацртати фазорски дијаграм напона и струје за $R_1 = R_2 = 10\sqrt{3}$ Ω и $C_1 = C_2$ = 100 μF.

9. Задатак
Редна веза два калема са отпорима: први R_1 = 20 Ω, X_{L1} = 40 Ω; и други R_2 = 40 Ω, X_{JL2} = 20 Ω; прикључена је на напон u = 400 sin 100t. Одредити струју I, угао φ, индуктивности L_1 и L_2.

10. Задатак
Редна веза два калема са отпорима R_1 = 10 Ω, X_{L1} = 30 Ω и R_2 = 20 Ω, X_{L2} = 10 Ω прикључена је на напон $u = 200\sqrt{2}\sin 314\,t$. Одредити Z_1, Z_2, Z, I, L_1 и L_2.

11. Задатак
Нацртати векторски дијаграм напона и струје код редне везе два калема отпора R_1 = 24 Ω, X_{L1} = 12 Ω; и R_2 = 0, X_{L2} = 20 Ω који су прикључени на напон $u = 200\sqrt{2}\sin \omega t$.

6.8 СНАГА НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

Раније је речено да у електричном колу наизменичног напона и струје постоје две врсте отпора – **активни и реактивни**.
У активном отпору се електрична енергија извора струје претвара у **топлотну**, **механичку** или неку другу врсту енергије, коју можемо користити.
У реактивним отпорима (индуктивном и капацитивном), електрична енергија извора се претвара у **магнетну** (у завојници), односно у **електростатичку** (у кондензатору), па се потом ове енергије поново претварају у електричну, које се враћају извору струје.

Зато се и снага термогених отпора назива **активна снага** P_a (или само P), а снага реактивних отпора **реактивна снага** P_r (или Q). На слици 6.24 приказано је електрично коло наизменичне струје у коме се налазе редно везана сва три отпора. Како снага претварања електричне енергије у неком отпору зависи од вредности тог отпора и квадрата струје која кроз њега протиче

- у **термогеном** (омском) отпору је активна снага једнака

$$P = P_a = RI^2 = U_R I \tag{6.77}$$

- у **индуктивном отпору** (калему, завојници) је реактивна снага завојнице једнака

$$Q_L = P_{rL} = X_L I^2 = U_L I \tag{6.78}$$

- у **капацитивном отпору** (кондензатору) је реактивна снага кондензатора једнака

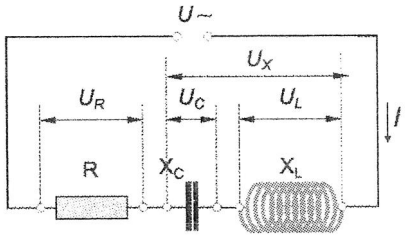
$$Q_C = P_{rC} = X_C I^2 = U_C I \tag{6.79}$$

Значи, да закључимо, реактивна снага се јавља на реактивним елементима а то су калем (завојница) и кондензатор. За обележавање активне и реактивне снаге постоји и други начин који је у литератури распрострањен. Тако активну снагу обележавамо са P док реактивну снагу са Q. За поједине реактивне елементе означавање се може вршити на следећи начин Q_L за калем и Q_C за кондензатор. Према томе можемо писати:

$$P = P_a = RI^2 = U_R I \tag{6.80}$$

$$Q_L = P_{rL} = X_L I^2 = U_L I \tag{6.81}$$

$$Q_C = P_{rC} = X_C I^2 = U_C I \tag{6.82}$$



Слика 6.24. *Редна веза RLC елемената у колу наизменичне струје*

Укупна реактивна снага P_r (или Q) у неком колу дата је изразом

$$Q = P_r = X\ I^2 = (X_L - X_C)I^2 \tag{6.83}$$

Односно

$$Q = P_r = U_X I = (U_L - U_C)I \tag{6.84}$$

где је X – укупни реактивни отпор који представља разлику између индуктивног и капацитивног отпора.

Ако је $X_L > X_C$, тада је $X = X_L - X_C$,
а ако је $X_L < X_C$, тада је $X = X_C - X_L$.

Исто тако, напон на крајевима укупног реактивног отпора U_X представља разлику напона на крајевима индуктивног и капацитивног отпора, тако да је

$U_X = U_L - U_C$, ако је $U_L > U_C$

$U_X = U_C - U_L$, ако је $U_L < U_C$

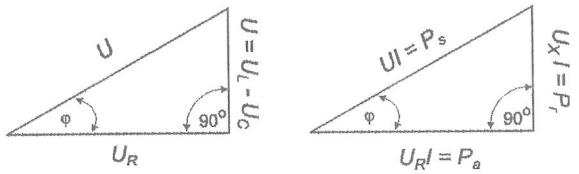
У овом колу (слика 6.24) напон извора има одређену вредност U и у њему тече струја I. Производ напона извора и струје у колу представља привидну снагу P_s (или ознака C) у том колу

$$C = P_s = U\ I = Z\ I^2 \tag{6.85}$$

Према томе, у колу наизменичне струје постоје три врсте снага

- P_a – активна снага (P)
- P_r - реактивна снага (Q) и
- P_s – привидна снага (S).

Ове снаге се међусобно разликују и по јединицама у којима се изражавају.
Јединица за активну снагу је **ват** (W), за реактивну VAr – **волт ампер реактивни** (VAr), а за привидну **волт ампер** (VA).
Поставља се питање каква је међусобна веза ове три снаге.
На слици 6.25 векторски су приказани напони и струја у електричном колу. Угао φ показује фазни померај између вектора напона и струје у том колу. Ти вектори граде троугао, а странице тог троугла представљају одговарајуће напоне (слика 6.25) у том колу.



Слика 6.25. *Троуглови напона и снага у колу наизменичне струје*

Ако би смо напоне помножили са струјом која тече у том колу, добили би смо сличан троугао (слика 6.25), који представља троугао снага.
Примењујући на овај троугао Питагорину теорему, добијамо:

$$P_S^2 = P_a^2 + P_r^2 \text{ ili } S^2 = P^2 + Q^2 \tag{6.86}$$

Односно,

$$P_S = \sqrt{P_a^2 + P_r^2} \text{ ili } S = \sqrt{P^2 + Q^2} \tag{6.87}$$

Ако у једном електричном колу знамо вредност наизменичног напона извора U, јачину струје I која у том колу тече и угао φ између вектора напона и струје, снаге у њему можемо изразити преко ових величина, користећи при томе троугао снаге

$$P = P_a = U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad [W] \tag{6.88}$$

$$Q = P_r = U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad [VA_r] \tag{6.89}$$

$$S = P_s = U \cdot I \quad [VA] \tag{6.90}$$

6.9 ФАКТОР СНАГЕ

Однос активне и привидне снаге у колу наизменичне струје назива се фактор снаге тог електричног кола

$$\frac{P_a}{P_s} = \cos\varphi, \text{ odnosno } \frac{P}{S} = \cos\varphi \tag{6.91}$$

Како угао φ показује фазни померај између напона и струје, фактор снаге ће зависити од вредности отпора у колу.

Ако у електричном колу наизменичне струје постоји само активни отпор, вектори напона и струје су у фази, па је угао φ једнак нули, односно фактор снаге је у том случају једнака

$$\cos\varphi = \cos 0^\circ = 1 \tag{6.92}$$

Пошто је,

$$\frac{P}{S} = \cos 0^\circ = 1 \tag{9.93}$$

те коначно добијамо да је активна снага једнака привидној, односно

$$P = S = U \cdot I \tag{6.94}$$

Ако је у електричном колу наизменичне струје укупан реактивни отпор једнак нули, тада су струја и напон у том колу у фази, па је угао φ једнак нули, те је фактор снаге једнак јединици

$$\cos\varphi = \cos 0^\circ = 1 \tag{6.95}$$

Ова ситуација настаје у случају када у електричном колу наизменичне струје постоје активни, индуктивни и капацитивни отпор, али су индуктивни и капацитивни отпори међусобно једнаки, па је

$$X = X_L - X_C, = 0 \tag{6.96}$$

У случају када у колу наизменичне струје постоје индуктивни или капацитивни отпор, или оба, а не постоји активни отпор (P = 0), тада је вектор струје померен за 90°, па је фактор снаге у том случају једнак нули

$$\cos\varphi = \cos 90^\circ = 0 \tag{6.97}$$

На пример, сваки електрични пријемник који је предвиђен за наизменичну струју има активни отпор, а уколико има и намотаје у њима се јавља и индуктивни отпор. Фактор снаге тог пријемника има неку вредност која је већа од нуле, али је мања од јединице. Та вредност фактора снаге је увек назначена на самом пријемнику.

Да би смо објаснили значај фактора снаге, упоредићемо два електромотора наизменичне струје.

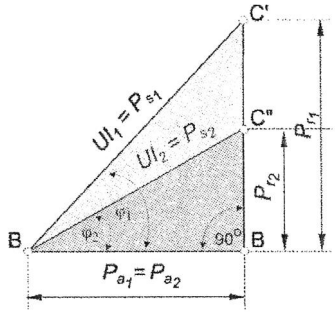
На натписној плочици првог мотора наведени су следећи подаци

$U = 230$ V, $f_1 = 50$ Hz, $P_1 = 2$ kW, $\cos\varphi_1 = 0{,}60$

А на натписној плочици другог електромотора пише,

$U = 230$ V, $f_2 = 50$ Hz, $P_2 = 2$ kW, $\cos\varphi_2 = 0{,}80$

Као што се из наведених података види, оба мотора су предвиђена за исти наизменични напон ($U = 230$ V, $f = 50$ Hz).
Активна снага, односно рад који дају за исто време је исти, једино им је фактор снаге различит.
Ипак, предност има електромотор са већим фактором снаге. У чему је та предност? На слици 6.26 приказани су троуглови снага оба мотора.



Слика 6.26. *Троуглови снага за моторе са различитим фактором снаге*

Како је

$$\cos\varphi_2 > \cos\varphi_1 \qquad (6.98)$$

Значи да је

$$\varphi_2 < \varphi_1 \qquad (6.99)$$

Хипотенузе ових троуглова представљају, у одређеној сразмери привидне снаге тих електромотора, а пошто су им напони исти, хипотенузе у одређеној сразмери представљају струје које ти мотори узимају из мреже.
Према томе, први електромотор узима много већу струју од другог, а при томе дају исту снагу, те је зато други електромотор исплативији од првог.

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. Задатак
Калем индуктивности $L = 0{,}2$ H и отпор отпорности $R = 6\ \Omega$ прикључен је на напон $U = 200$ V и учестаности $f = 50$ Hz. Одредити активну реактивну и привидну снагу калема. Нацртати троугао снага.

2. Задатак
За редну везу RL одредити активну реактивну и привидну снагу , ако је $u = 282 \sin(1000t + 60°)$, $i = I_m \sin 1000t$ и $R = 40\sqrt{3}\ \Omega$. Колика је индуктивност калема ?

3. Задатак
Импеданса $\underline{Z} = 5 + j\,12$ прикључена је на напон $u = 130\sqrt{2} \sin 314t$. Колика је активна снага P и фактор снаге $\cos\varphi$ импедансе ?

4. Задатак
Редна веза RC прикључена је на напон $\underline{U} = -60 + j\,80$ [V]. Активна снага је $P = 400$ W при $\cos\varphi = 0{,}4$. Колика је струја кола I и отпорност R ?

5. Задатак
Редна веза $R = 30\ \Omega$ и $X_C = 40\ \Omega$ прикључена је на напон $u = 282 \sin 200t$. Наћи I,C,P,Q,S и $\cos\varphi$.

6. Задатак
Два отпорника и два кондензатора везана су редно. Одредити P, Q и S ако је $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 5\ \Omega$, $C_1 = 10\ \mu$F, $C_2 = 150\ \mu$F, $U = 250$ V и учестаност $f = 16\,000 / 3$ Hz.

7. Задатак
Код редне везе LC одредити I, P, Q, S и $\cos\varphi$ ако је $L = 20$ mH, $C = 30\ \mu$F, $U = 520$ V и $f = 500$ Hz.

8. Задатак
Редна веза LC , $L = 0{,}2$ H и $C = 250\ \mu$F прикључена је на напон $u = 400\sqrt{2} \sin 200t$. Одредити P, Q и S.

9. Задатак
Редна веза RLC прикључена је на напон $U = 200$ V кружне учестаности $\omega = 1\,000$ rad/s. Одредити активну снагу P и фактор снаге $\cos\varphi$, ако је $R = 10\ \Omega$, $L = 10$ mH и $C = 50\ \mu$F. Нацртати троугао снага.

10 Задатак

Ако је на једном пријемнику напон $u = 220\sqrt{2}\sin \omega t$ и струја $i = 20 \cos \omega t$, одредити активну, реактивну и привидну снагу кола. Нацртати одговарајући троугао снага.

6.10 ТРОФАЗНЕ НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

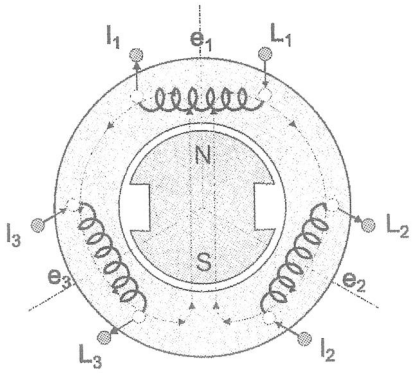
Вишефазне (полифазне) наизменичне струје добијају се у генераторима у којима има више намотаја. Они су међусобно симетрично распоређени, тако да се у њима индукују наизменичне електромоторне силе чије су максималне вредности увек једнаке али се не постижу у исто време јер су те електромоторне силе фазно померене.

Намотај генератора наизменичне струје у коме се индукује наизменична електромоторна сила називамо фаза. Ако генератор има само један намотај, он даје једнофазни наизменични напон и струју и називамо га једнофазни генератор наизменичне струје. и напона. Уколико генератор има три намотаја (три фазе), тада он даје трофазну наизменичну струју и напон и називамо га трофазни генератор наизменичне струје и напона.

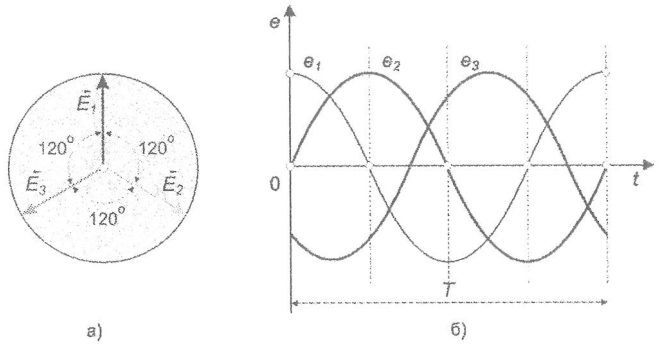
Данас је у најширој примени трофазни систем производње и преноса електричне енергије.

Предност трофазног система је, поред осталог, и у томе што он обезбеђује пренос електричне енергије са мањим губицима и са мањим утрошком материјала за преносне водове.

На слици 6.27 приказан је генератор трофазне наизменичне струје. Код њега су три намотаја статора симетрично распоређена, па при обртању ротора (магнета), у намотајима статора ће се индуковати одговарајуће електромоторне силе: e_1, e_2 и e_3 (слика 6.28).



Слика 6.27. *Трофазни генератор*

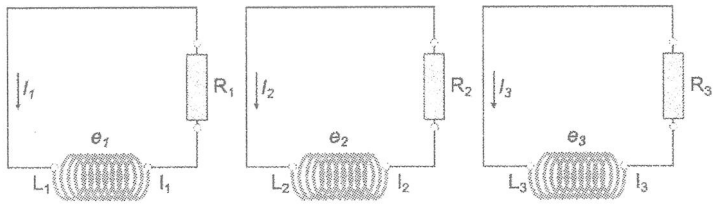


Слика 6.28. *Временски дијаграм индукованих електромоторних сила генератора*

Ако би сваки од ових намотаја прикључили на неки пријемник, постојала би три одвојена електрична кола у којим би текле одговарајуће струје (слика 6.29).

Ако поједине фазе нису међусобно електрично повезане, тада се такав систем назива неспрегнути електрични систем, а уколико су поједине фазе међусобно електрично повезане, тада се такав систем назива спрегнути електрични систем.

У пракси се користе спрегнути трофазни електрични системи.



Слика 6.29. *Три независна електрична кола*

Посматрајући неспрегнути трофазни електрични систем, приказан на слици 6.29, закључујемо следеће: *пошто су електромоторне силе у све три фазе једнаке, уколико су и отпори једнаки, у тим колима ће тећи и једнаке струје.*

$$i_1 = i_2 = i_3 \qquad (6.100)$$

Ако би смо коло, приказано на слици 6.29. приказали као на слици 6.27., лако би смо закључили да би се ове струје, уместо са три посебна вода, могле враћати само преко једног. На тај начин, овако спрегнут систем, омогућује да сва три пријемника

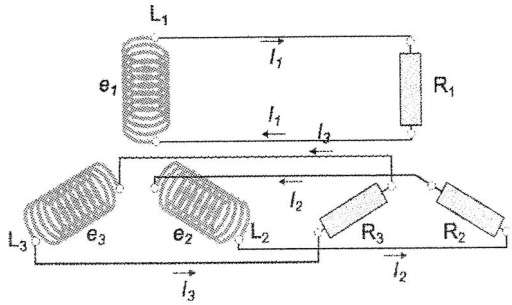
везана на ред користе, уместо шест, само четири напојна вода, што представља уштеду у материјалу. Користећи дијаграм електромоторних сила у три фазе генератора, приказаног на слици 6.28., лако се може утврдити да је у сваком тренутку збир електромоторних сила појединих фаза једнак нули.

$$e_1 = e_2 = e_3 = 0 \qquad (6.101)$$

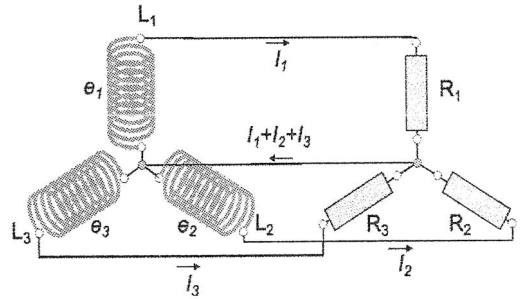
Ако је трофазни систем (слика 6.32.), симетрично оптерећен, тада ће и збир тих струја у сваком тренутку бити једнак

$$i_1 = i_2 = i_3 = 0 \qquad (6.102)$$

што значи да практично кроз повратни вод не тече никаква струја и он се може, као непотребан, сасвим избацити (слика 6.33.).

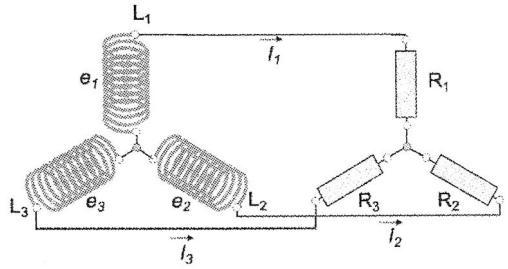


Слика 6.30.



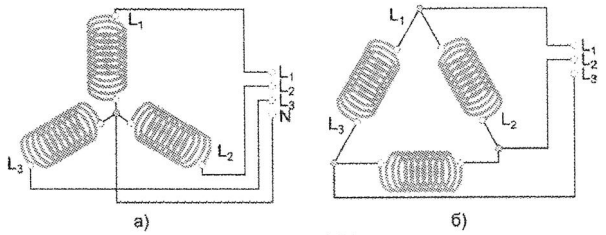
Слика 6.31.

Код симетрично оптерећеног трофазног система потребна су три вода, а ако би се користио једнофазни напон, за исту снагу би било потребно шест напојних водова.



Слика 6.32.

Намотаји три фазе генератора међусобно могу бити спрегнути у **звезду** (слика 6.34.а) или у **троугао** (слика 5.34.б).



Слика 6.33

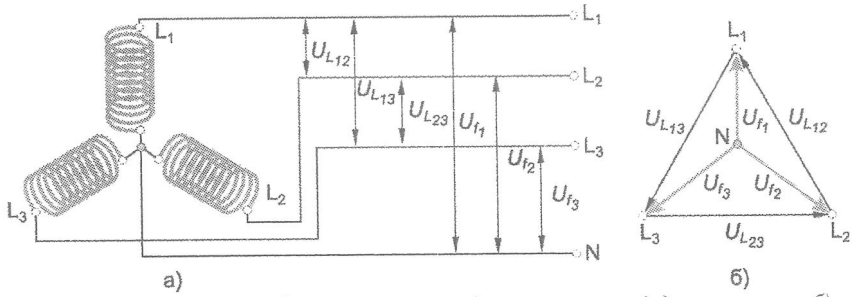
Ако се занемари вредност отпора намотаја фаза, уместо електромоторних сила (E_1, E_2 и E_3) можемо посматрати одговарајуће напоне (U_1, U_2 и U_3). Код трофазног система, без обзира да ли је веза у звезду или троугао, разликујемо две врсте напона

- Напон између фазног и нултог проводника – ***фазни напон*** U_f
- Напон између два фазна проводника – ***линијски напон*** U_L (међуфазни напон)

Када су фазе генератора наизменичне струје везане у звезду (слика 6.34. а), постоје две врсте напона, чији су вектори приказани на слици 6.34. б).
Странице равностраног троугла представљају линијске напоне, а вектори од тежишта до темена троугла представљају фазне напоне трофазног система.

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f \qquad (6.103)$$

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \qquad (6.104)$$



Слика 6.34. *Напони трофазног система, а) означавање појединих напона, б) векторски дијаграм фазних и линијских напона*

На пример, код градске нисконапонске мреже напон једне фазе износи:

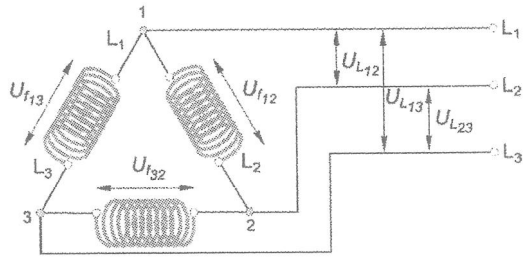
$$U_f = 230 \ \text{V} \tag{6.105}$$

па је линијски напон (напон између две фазе)

$$U_L = \sqrt{3} \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot 230 = 398.4 \quad \text{V} \approx 400 \ \text{V} \tag{6.106}$$

Код спреге намотаја у троугао (слика 6.35.), линијски напон је уједно и фазни,

$$U_f = U_L \tag{6.107}$$



Слика 6.35.

Важно је нагласити да је неопходно водити рачуна о векторима фазних и линијских напона. Имајући у виду векторски дијаграм напона трофазног система са слике 6.34 б) уочава се да су фазни и линијски напони померени за одговарајући електрични угао.

6.11 СНАГА ТРОФАЗНОГ СИСТЕМА НАИЗМЕНИЧНЕ СТРУЈЕ

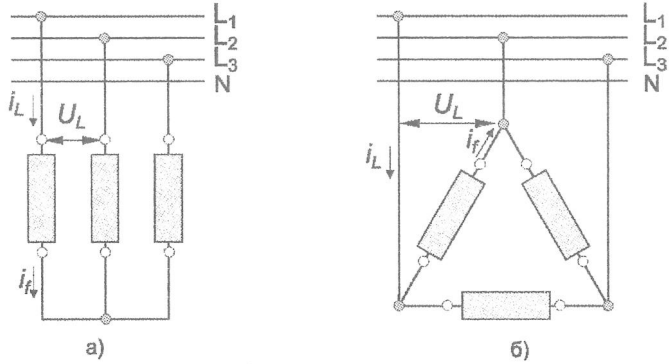
У трофазном систему наизменичне струје, као и у једнофазном, разликујемо три врсте снага

- $P=P_a$ – активну снагу [**W**]
- $Q=P_r$ – реактивну сангу [**VAr**]
- $S=P_s$ – привидну снагу [**VA**].

У трофазном систему су три једнофазна система везана у звезду или троугао, па њихову снагу можемо наћи ако саберемо снаге појединих фаза.
Уколико су све три фазе исте снаге (симетрично оптерећен трофазни систем), тада је укупна снага трофазног система

$$P = P_a = 3U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi_f \tag{6.108}$$

При израчунавању снага трофазног система користе се линијски напони и струје, који се погодније мере од фазних. На слици 6.36. приказан је трофазни пријемник чије су фазе везане у **звезду** (слика 6.36. а) и у **троугао** (слика 6.36. б).



Слика 6.36. *Веза трофазног потрошача у звезду и у троугао*

За везу у звезду фазни напони и струје су једнаки

$$U_f = \frac{U_L}{\sqrt{3}} \tag{6.109}$$

$$I_f = I_L \tag{6.110}$$

па је израз за снагу за везу у звезду

$$P = P_a = 3U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3\frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

$$P = P_a = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi \qquad (6.111)$$

За везу у троугао фазни напони и струје су

$$U_f = U_L$$

$$I_f = \frac{I_L}{\sqrt{3}}. \qquad (6.112)$$

па је израз за снагу за везу у троугао

$$P = P_a = 3U_f \cdot I_f \cdot \cos\varphi = 3\frac{U_L}{\sqrt{3}} \cdot I_L \cdot \cos\varphi$$

$$P = P_a = \sqrt{3} \cdot U_L \cdot I_L \cdot \cos\varphi \qquad (6.113)$$

Према томе, снага трофазног пријемника је

$$P = P_a = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \cos\varphi \quad [W] \qquad (6.114)$$

без обзира да ли су фазе пријемника везане у звезду или троугао.
На сличан начин може се показати да је израз за реактивну снагу трофазног пријемника

$$Q = P_r = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \cdot \sin\varphi \quad [VAr] \qquad (6.115)$$

односно за привидну снагу трофазног пријемника

$$S = P_s = \sqrt{3} \cdot U \cdot I \quad [VA] \qquad (6.116)$$

ЗАДАЦИ ЗА ВЕЖБАЊЕ

1. **Задатак**
Ако је учестаност наизменичне струје 50 Hz, израчунати:
а) периоду те струје
б) време за које струја порасте од нуле до максималне вредности
(Решење: а) 0,02 s, б) t = 0,005 s).

2. **Задатак**
Електрични пријемник је прикључен на наизменични напон ефективне вредности 220 V и кроз њега протиче електрична наизменична струја максималне вредности од 10 A. И напон и струја се мењају по синусној функцији.
Израчунати:
а) максималну вредност напона
б) ефективну вредност електричне струје
(Решење: а) Umax = 310 V, б) I = 7,1 A).

3. **Задатак**
На извор наизменичног напона 220 V, учестаности 50 Hz, прикључен је:
а) активни отпор од 10 Ω
б) калем индуктивитета L = 0,5 H
ц) кондензатор капацитета C = 5,5 μF
Колика ће струја тећи кроз отпорник?
(Решење: а) I = 2,2 A, б) I = 1,4 A, ц) I = 0,4 A)

4. **Задатак**
На наизменични напон 220 V, учестаности 50 Hz, редно су везани активни омски, индуктивни и капацитивни отпор. Ако је вредност активног отпора 100 Ω, индуктивног 200 Ω и капацитивног 100 Ω, израчунати струју која у том колу тече.
(Решење: I = 1,55 A)

5. **Задатак**
На наизменични напон 220 V, учестаности 50 Hz, редно су везани активни омски отпор од 100 Ω, завојница индуктивитета L = 1,5 H и кондензатор капацитета C = 30 μF.
Израчунати:
а) укупну струју у колу
б) напоне на појединим отпорима
ц) активну, реактивну и привидну снагу кола
д) фактор снаге кола
(Решење: а) I = 0,58 A, б) U_R = 58 V, U_L = 273,18 V, U_C = 61,48 V, ц) P = 33,64 W, Q = 122,79 VAr, S = 127 VA, д) cosφ = 0,26).

6. **Задатак**
На извор наизменичног напона 220 V, учестаности 50 Hz, редно су везани активни омски, индуктивни и капацитивни отпор. Колики мора бити напон на крајевима кондензатора да би на активном отпору напон износио 110 V, а на индуктивном 500 V?
(Решење: $U_C = 309,5$ V).

7. **Задатак**
На плочици електромотора налазе се следећи подаци: U = 220 V, f = 50 Hz, P = 2 kW, $\cos\varphi = 0,85$.
Израчунати струју коју електромотор узима при раду
(Решење: I = 10,7 A).

8. **Задатак**
Електрични мотор предвиђен за напон од 380 V, снаге 5 kW, фактора снаге 0,85, прикључен је на трофазни систем. Израчунати струју коју тај електромотор узима из нисконапонске мреже, као и привидну и реактивну снагу
(Решење: а) I = 8,95 A, б) Q= 3,1 kVAr, S = 5,88 VA).

7. УВОД У ЕЛЕКТРИЧНА МЕРЕЊА

7.1 УОПШТЕ О МЕРЕЊИМА

У електротехници је потребно мерити електричне и магнетне величине. Мерењима се проверавају одређени закони, мере се одређене електричне величине код електричних уређаја и опреме, чиме се утврђује њихова исправност, мери се јачина електричне струје, напона, снага, енергија и сл.
Измерити неку величину значи упоредити је са другом величином, која је узета као еталоне или јединица мерења. При мерењу различитих величина, користе се различите јединице.
Јединице за поједине мерне величине су биране за различите начине мерења, па се при мерењима јавља више мерних система. Поједина мерења није погодно вршити само у једном систему јединица, па се при мерењима прелази из једног система у други систем. Из тих разлога установљен је такозвани Међународни систем јединица физичких величина – SI-систем, који је универзалан за готово сва мерења.
У SI-систему јединица постоји седам основних јединица

- **Метар**, за дужину [m]
- **Килограм**, за масу [kg]
- **Секунда**, за време [s]
- **Ампер**, за јачину електричне струје [A]
- **Степен Келвинов**, за температуру [K]
- **Кандела**, за јачину светлости [cd]
- **Мол**, за количину супстанце [mol].

Све остале јединице су изведене и могу се изразити преко основних мерних јединица.
При мерењима одређених величина често се из практичних разлога користе веће или мање вредности од одговарајуће основне јединице, чији се назив добија додавањем одговарајућег префикса називу мерне јединице:

Префикс	*Ознака*	*Вредност*
екса	*E*	$1000000000000000000 = 10^{18}$
пета	*P*	$1000000000000000 = 10^{15}$
тера	*T*	$1000000000000 = 10^{12}$
гига	*G*	$1000000000 = 10^{9}$
мега	*M*	$1000000 = 10^{6}$
кило	*k*	$1000 = 10^{3}$
хекто	*h*	$100 = 10^{2}$
дека	*da*	$10 = 10^{1}$
деци	*d*	$\frac{1}{10} = 10^{-1}$
центи	*c*	$\frac{1}{100} = 10^{-2}$
мили	*m*	$\frac{1}{1000} = 10^{-3}$
микро	*μ*	$\frac{1}{1000000} = 10^{-6}$
нано	*n*	$\frac{1}{1000000000} = 10^{-9}$
пико	*p*	$\frac{1}{1000000000000} = 10^{-12}$
фемто	*f*	$\frac{1}{1000000000000000} = 10^{-15}$
ато	*a*	$\frac{1}{1000000000000000000} = 10^{-18}$

Табела 7.1 *Префикси физичких величина*

7.2 ТАЧНОСТ МЕРЕЊА

Код мерења било које врсте (електричних или неких других), није могуће апсолутно тачно измерити одређену мерну величину.
До грешака при мерењу долази због непрецизности електричних инструмената, због нетачног очитавања мерене величине или због недовољно тачне методе мерења. Јасно је да од величине направљене грешке при одређеном мерењу зависи и квалитет мерења.
Пошто се при мерењу праве грешке, јер се апсолутно тачно ништа не може измерити, циљ је да грешке при мерењу буду што мање.
Да би се могла имати јасна слика о квалитету мерења уведен је појам

- ***Објективна грешка и***
- ***Субјективна грешка.***

Објективна грешка при мерењу настаје услед непрецизности инструмената са којима се врши мерење или услед недовољно тачне методе мерења.
Субјективна грешка настаје услед нетачног очитавања мерене величине коју инструмент показује.
Ако се мерење врши помоћу инструмената са казаљком, вредност субјективне грешке ће зависити од тога како се утврђује вредност мерене величине, на ком подеоку скале се она налази. Ако се очитавање врши са стране (под неким углом), јасно је да ће доћи до погрешног утврђивања на ком подеоку скале се казаљка налази.
Ако се мери одређена величина, на пример растојање између две тачке, при том мерењу прави се одређена грешка.
Ако ту грешку прикажемо преко тачне и измерене вредности, имамо да је

$$A - A_x = \Delta \tag{7.1}$$

где је: A – тачна вредност мерене величине, A_x – измерена вредност мерене величине, а Δ - апсолутна грешка , која представља разлику између тачне и измерене вредности.
Ако су вршена два различита мерења, при чему су апсолутне грешке у оба случаја једнаке, поставља се питање да ли је у оба случаја постигнут исти квалитет мерења.
Да би се утврдио квалитет мерења у оба случаја, погледаћемо конкретан пример.
Ако је у првом случају мерена вредност, на пример 25 mm, а у другом 25 km, а у оба случаја су одступања од тачне вредности иста, односно, апсолутна грешка је

$$\Delta_1 - \Delta_2 = 5\ mm \tag{7.2}$$

Јасно је да је далеко квалитетније мерење било у другом случају.
Из наведеног примера очигледно је да апсолутна грешка не показује јасно квалитет мерења.

Због тога је уведен појам релативне грешке која представља однос апсолутне грешке и тачне вредности

$$\alpha = \frac{\Delta}{A} \tag{7.3}$$

где је: α - релативна грешка, Δ - апсолутна грешка, а A – мерена вредност (тачна вредност мерене величине).Обично се релативна грешка множи са сто и исказује у процентима [%]

$$\alpha = \frac{\Delta}{A} \cdot 100 \quad [\%] \tag{7.4}$$

Према томе, ако за неко мерење кажемо да је вршено тако да релативна грешка износи 1,5%, тиме је већ тачно дефинисан квалитет мерења.

7.3 МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Техника мерења у електротехници обезбеђује контролу исправности електричних уређаја, њихово исправно коришћење, брзо утврђивање, а самим тим и брзо отклањање кварова. Различита мерења узроковала су и израду различитих врста електричних инструмената који се користе у електротехници.

7.3.1 ПОДЕЛА ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРНИХ ИНСТРУМЕНАТА

Како постоји велики број различитих врста електричних мерних инструмената, можемо их поделити у више група.

1. **Подела електричних мерних инструмената према начину очитавања мерене величине**

Према начину очитавања мерене величине мерни инструменти могу бити

- ***показивачки***
- ***региструјући (самописући)***
- ***интеграторски***
- ***компараторски.***

Показивачки мерни инструменти најчешће имају казаљку чији положај на скали са подеоцима показује мерену вредност.

Код израде ове врсте инструмената врши се баждарење. Оно се врши тако што се мери позната величина па се на скали упоређивањем уписује одговарајући податак.

Региструјући мерни инструменти у току рада записују мерене вредности на милиметарској или фотохартији или магнетном диску.
Предност ове врсте инструмената над показивачким је у томе што се мерена величина уписује аутоматски, тако да је у сваком тренутку могуће проверити мерено стање, односно видети мерну вредност у претходном периоду мерења.

Интеграторски мерни инструменти сабирају тренутне вредности мерене величине за све време рада инструмента, тако да се добија укупан збир мерене величине у току рада инструмента.
Као представника ове врсте инструмената споменућемо инструмент за мерење утрошка електричне енергије (електрично бројило). На њему се у сваком тренутку очитати колики је утрошак електричне енергије до момента очитавања.

Компараторски мерни инструменти пореде две мерене величине. Једна од њих је позната и може се мењати тако да буде увек једнака величини која се жели измерити.
На тај начин, пошто се позната величина увек може изједначити са непознатом, може се утврдити и вредност непознате величине.

2. **Подела електричних мерних инструмената према принципу рада**

Код свих електричних мерних инструмената добијање мерене величине постиже се коришћењем деловања електричних величина (струје, напона и сл.). То деловање, које је примењено код одређеног инструмента, назива се принцип рада тог инструмента.

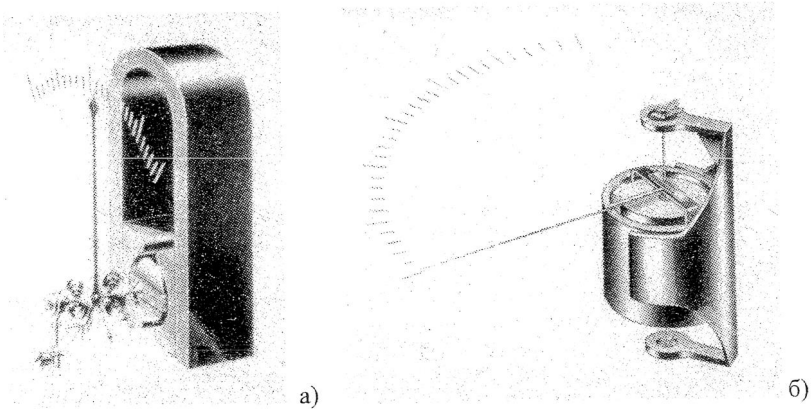
Према принципу рада инструменти се деле на

- ***магнетоелектричне***
- ***електромагнетске***
- ***електродинамичке***
- ***индукционе***
- ***термичке***
- ***термоелектричне***

Сем наведених, према принципу рада инструменти могу да буду и инструменти са системом за усмеравање наизменичне струје, фотоелектрични, електроакустички, вибрациони и др.

Магнетоелектрични инструменти се састоје из сталног магнета и покретног намотаја кроз који тече електрична струја. Струја у намотају ствара магнетно поље чија јачина зависи од јачине струје која протиче кроз намотај.

Магнетна поља сталног магнета и намотаја делују међу собом један на други, па пошто је стални магнет непокретан, а намотај покретан, услед дејства ова два поља доћи ће до закретања намотаја. Сила која закреће намотај сразмерна је јачини електричне струје која кроз намотај протиче, односно мерној величини. На кретном калему налази се казаљка која на скали инструмента показује закретање намотаја, односно вредност мерене величине. Са казаљком је повезана опруга која се супротставља деловању силе која закреће намотај, па по престанку деловања те силе враћа казаљку у почетни положај (слика 7.1).

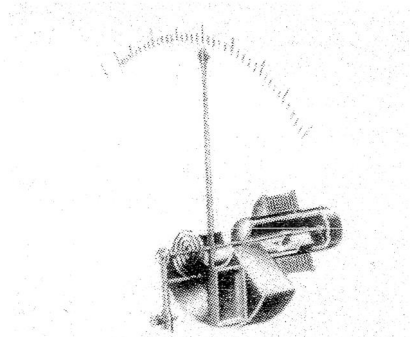


а) б)

ц)

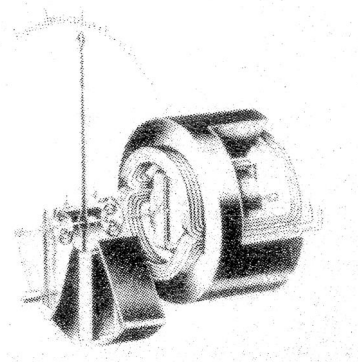
Слика 7.1 *Изглед магнетоелектричних мерних система, а) инструмент са кретним калемом, хоризонтални мерни систем са опругама и осовином б) инструмент са кретним калемом, вертикални мерни систем постављен на торзиону нит ц) инструмент са унакрсним калемовима-логометар*

Електромагнетски инструменти се састоје из електромагнета кроз чији намотај тече електрична струја. У зависности од јачине те струје мења се и јачина магнетног поља у коме се налази феромагнетни материјал. Електромагнет јаче или слабије привлачи феромагнетни материјал, чије померање се преноси на казаљку инструмента. Јасно је да скретање казаљке зависи од јачине поља електромагнета, односно од јачине струје кроз намотај. Деловању електромагнета на феромагнетни материјал супротставља се опруга која по престанку деловања електромагнета враћа казаљку у почетни положај.



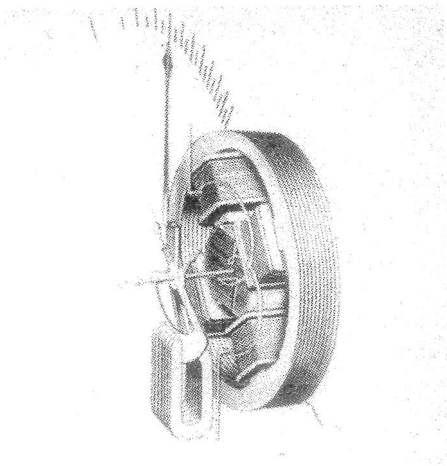
Слика 7.2 *Изглед електромагнентног мерног система, типичан представник ове групе је инструмент са меким (покретним) гвожђем*

Електродинамички инструменти имају два намотаја кроз које протичу електричне струје. Један намотај је покретан, а други непокретан. За покретни намотај је везана казаљка инструмента са опругом. Међусобним деловањем магнетних поља, која потичу од струја у намотајима, долази до закретања казаљке инструмента, чија величина скретања зависи од јачина електричних струја у намотајима.



Слика 7.3 *Изглед електродинамичког мерног система*

Индукциони електрични инструменти раде на принципу деловања променљивог магнетног поља на проводну плочу која се може обртати око своје осе. Променљиво магнетно поље потиче од наизменичне струје, што значи да се ова врста инструмената може користити само за мерење наизменичних величина.



Слика 7.4 *Изглед индукционог мерног система*

Термички електрични инструменти раде на принципу промене дужине металног влакна услед његовог загревања електричном струјом. За већу вредност струје, претворена електрична енергија у топлотну биће већа, те ће и издужење влакна бити веће. То издужење се системом полуга преноси на казаљку инструмента.

Термоелектрични инструменти раде на појави термоелектричног ефекта, односно загревања споја два различита метала. Приликом загревања споја, између слободних крајева јавља се електромоторна сила. Вредност те електромоторне силе зависиће од разлике температура споја и слободних крајева и врсте спојених метала.

3. Подела електричних мерних инструмената према врсти мерене електричне струје

Подела електричних мерних инструмената врши се и на основу тога за коју су врсту електричне струје и напона они предвиђени да раде.
С обзиром на то да постоје једносмерни и наизменични напони и струје, инструменте делимо на три групе

- *Инструменти за мерење једносмерних величина*
- *Инструменти за мерење наизменичних величина*
- *Инструменти за мерење једносмерних и наизменичних величина*

При коришћењу електричних инструмената који могу мерити само једносмерне или само наизменичне величине, мора се строго водити рачуна да грешком не прикључимо неодговарајућу величину на мерни инструмент, јер последице овакве грешке могу бити не само грешке при мерењу већ и оштећење самог инструмента.
Инструменти који могу мерити и једносмерне и наизменичне величине имају посебне скале за сваку врсту величина, при чему се те скале знатно међу собом разликују.

4. Подела електричних мерних инструмената према тачности

Раније је речено да се практично апсолутно тачно ни једна величина не може измерити. Исто тако, ни један мерни инструмент не може апсолутно тачно измерити неку мерну величину.
Грешка коју мерни инструмент чини при мерењу може бити већа или мања, на што утиче више чинилаца.
У зависности од величине грешке коју инструменти при мерењу уносе у мерену величину, они се деле на седам класа тачности: 0,1; 0,2; 0,5; 1,0; 1,5; 2,5; 4,0.
На пример, инструмент класе 1,5 при мерењу неке величине може погрешити највише ±1,5% вредности те величине, а инструмент класе 2,5 највише ±2,5%.
Неке врсте електричних мерења захтевају врло прецизно утврђивање мерене величине, док код неких мерења то није толико битно. Са тог становишта инструменте делимо на

- ***лабораторијске***
- ***погонске***

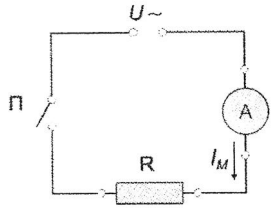
Прецизни (лабораторијски) електрични инструменти користе се за контролу тачности других инструмената и за прецизна лабораторијска мерења. У ову групу инструмената спадају инструменти класе тачности 0,1 и 0,2.

Погонски инструменти користе се при техничким проверама уређаја и служе за мерења при одржавању електричних постројења и уређаја. Ова група инструмената је највише у употреби.

У ову групу инструмената спадају инструменти класе тачности 0,5; 1,0; 1,5; 2,5 и 0,2.
Наравно, постоје и инструменти који при мерењу праве грешке веће од ±4,0%, па се самим тим налазе ван усвојених класа тачности.
Такав инструмент је на пример ом-метар.
Уколико је неки инструмент прецизнији, самим тим је осетљивији на оштећења, а и скупљи је.
Познавање класе тачности омогућује нам да за одговарајућу врсту мерења одаберемо и одговарајући инструмент. Наиме, неко мерење у погону, где у потпуности задовољава инструмент класе 4, нема потребе вршити прецизним инструментом класе 0,1 или 0,2, који је знатно скупљи, из раније наведених разлога.

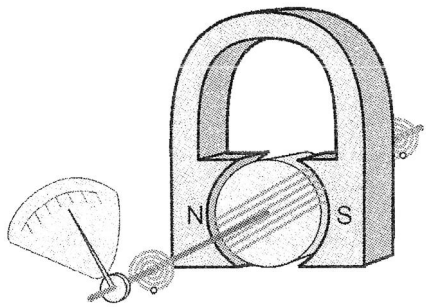
7.4 АМПЕРМЕТАР

Амперметар је инструмент за мерење **јачине електричне струје**. Увек се прикључује на **ред** (**серијски**) са пријемником, тако да кроз њега протиче струја пријемника коју желимо да меримо, слика 7.5.



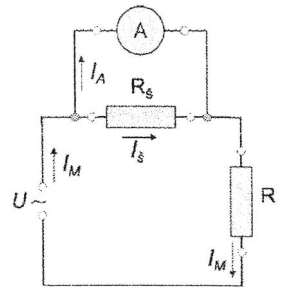
Слика 7.5 *Везивање амперметра у електрично коло*

Сваки амперметар се састоји из намотаја кроз који пропуштамо мерену електричну струју. Отпор намотаја амперметра повећава укупан отпор у струјном колу те при мерењу, према томе, долази до промене јачине електричне струје у колу.
Да би та промена била што мања, потребно је да отпор намотаја (унутрашњи отпор) амперметра буде што мањи.
Принцип рада амперметра приказаћемо на магнетоелектричном инструменту (инструменту са кретним калемом), слика 7.6.
Ова врста амперметра састоји се из сталног магнета и ротора на коме се налази намотај кроз који се пропушта електрична струја која се жели мерити.
Пошто се намотај налази у магнетном пољу сталног магнета, на њега делују електромагнетне силе и ротор са намотајем почиње да се обрће. Деловању електромагнетних сила, које обрћу ротор, супротстављају се опруге. Уколико је струја јача, јаче ће бити и деловање електромагнетних сила, те ће се ротор више закретати. На ротору се налази спрегнута казаљка чије ће скретање зависити од јачине мерене електричне струје. Ако кроз намотај амперметра не протиче струја, опруге држе ротор инструмента у нултом положају.



Слика 7.6 *Принципијелни изглед мерног система*

Вредности на скали амперметра се утврђују на тај начин што се код новоизграђеног инструмента кроз амперметар пропуштају познате вредности јачине струје, па се према положају казаљке те вредности назначују на скали инструмента. То прво означавање вредности на скали назива се баждарење инструмента.
Да би се амперметром могле мерити и веће вредности струја од оних које смеју пролазити кроз његов намотај, врши се проширивање мерног подручја (опсега) које називамо шентирање инструмента.
На слици 7.7. приказано је како се врши шентирање.



Слика 7.7 *Принцип проширивања мерног опсега амперметра*

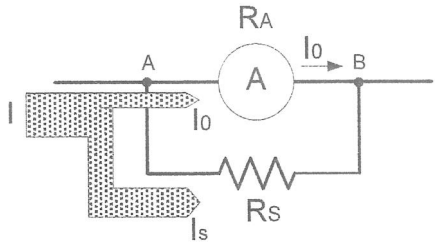
Оно се врши тако што се паралелно са амперметром везује отпор шента ($R_Š$), чија је вредност много мања од вредности отпора амперметра. На тај начин ће кроз отпор шента пролазити главнина мерене струја, а само један део кроз навојке амперметра

$$I_M = I_Š + I_A \qquad (7.5)$$

Принцип шроширивања амперметра детаљније је обрађен у следећем делу.

7.4.1 ПРОШИРИВАЊЕ МЕРНОГ ОПСЕГА АМПЕРМЕТРА*

Како омогућити мерном систему амперметра да мери веће струје од струје основног мерног опсега? Циљ проширивања мерног опсега амперметра јесте управо одговор на претходно постављено питање. Основни принцип се заснива на паралелном постављању оточног отпорника (шанта) чија је улога да на себе преузме већи део струје потрошача како би струјно растеретио основни мерни систем, при томе струја која тече кроз амперметар не сме прећи вредност основног мерног опсега. Расподела струја приликом шантирања амперметра илустративно је приказана на слици 7.8.

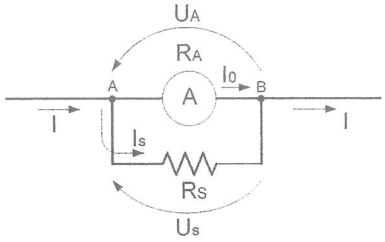


Слика 7.8 *Расподела струја приликом шантирања амперметра оточним отпорником (шантом)*

Да би одредили потребну вредност оточног отпорника неопходно је претходно дефинисати број који представља однос струје потрошача I и струје основног мерног опсега I_o. Овај број се назива мођ умножавања амперметра и рачуна се по обрасцу:

$$n_A = \frac{I}{I_o}. \tag{7.6}$$

У циљу одређивања везе између отпора R_s, R_A као и струја I и I_o, на слици 7.9 обележене су одговарајуће струје и напони паралелне везе.



Слика 7.9 *Расподела напона и струја код проширивања мерног опсега амперметра*

Полазећи од чвора А на слици 7.9 у коме се струја потрошача I грана на струју амперметра I_o и струју шанта I_s. Према томе важи:

$$I = I_O + I_S \tag{7.7}$$

Имајући у виду да су напони на паралелној вези једнаки из тога произилази да су напони на амперметру U_A и шанту U_s једнаки, уважавајући ову једнакост и применом Омовог закона добијамо,

$$U_A = U_S \Rightarrow R_A I_O = R_S I_S. \tag{7.8}$$

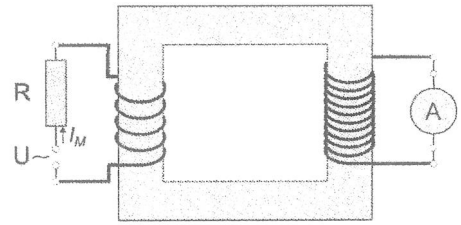
Из израза (7.7) и (7.8) струја шанта I_s није унапред позната и потребно је елиминисати. Изражавањем Is из (7.8) и заменом у (7.7) добијамо,

$$I = I_O + \frac{R_A I_O}{R_S} \Rightarrow I = I_O\left(1 + \frac{R_A}{R_S}\right). \tag{7.9}$$

Израз (7.9) је значајан јер показује на који начин се индиректно може одредити струја потрошача ако је познато показивање амперметра као и вредности отпора R_A и R_s. Међутим, применом израза (7.9) може се доћи до тражене вредности R_s. Издвајањем R_s и сређивањем израза (7.9) добијамо:

$$R_S = \frac{R_A}{\left(\frac{I}{I_O} - 1\right)} \Rightarrow R_S = \frac{R_A}{\left(n_A - 1\right)}, \text{ при чему је } n_A = \frac{I}{I_o}. \tag{7.10}$$

Велике вредности наизменичне струје мере се преко струјних мерних трансформатора. Помоћу њих се велика вредност наизменичне струје снижава на малу вредност, која се може мерити амперметром. Ако се, на пример, зна да струјни трансформатор хиљаду пута снижава вредност електричне струје коју меримо, па та снижена вредност износи 3 А, значи да је вредност јачине измерене струје 3000 А или 3 кА.

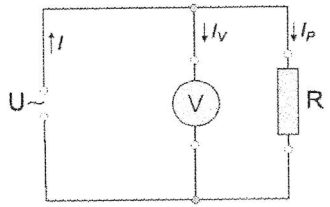


Слика 7.10 *Мерење струје применом струјног мерног трансформатора*

На слика 7.10 је шематски приказан начин мерења великих вредности наизменичних струја преко струјног мерног трансформатора. Примар трансформатора има мали број навојака и везан је на ред са пријемником, тако да кроз њега протиче мерена вредност струје, а секундар има велики број навојака и за њега се везује амперметар.

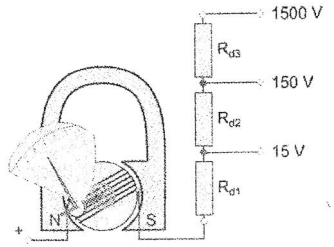
7.5 ВОЛТМЕТАР

Волтметар је инструмент за мерење напона. Он се увек везује паралелно са делом кола између чијих крајева желимо да измеримо напон.
На слици 7.11 приказано је везивање волтметра при мерењу напона који влада на крајевима пријемника.
Паралелним везивањем волтметра са пријемником, један део струје коју даје извор, пролази кроз намотај волтметра (I_V). Под дејством ове струје долази до скретања казаљке волтметра. Јачина струје волтметра зависи од напона који влада на крајевима волтметра.
Да би волтметар што мање утицао на вредности напона који се мери у колу, потребно је да струја волтметра буде што мања, а то се постиже када је вредност унутрашњег отпора волтметра велика. Значи, уколико је већа унутрашња отпорност волтметра, утолико му је већа и тачност мерења.



Слика 7.11 *Везивање волтметра у електрично коло*

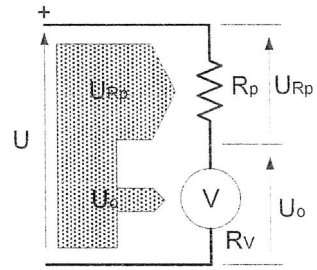
Вредност напона (опсег мерења) која се једним волтметром може мерити одређена је јачином струје која тече кроз намотај волтметра (I_V).
Ако би се волтметар прикључио на већи напон од дозвољеног, велика струја волтметра би оштетила намотај инструмента. Да би се могли мерити и већи напони, врши се проширивање мерног подручја волтметра додатним отпором (шентирање волтметра). На слика 7.12 приказана је шема волтметра са три мерна опсега. Вредност додатног отпора се прорачунава тако да под дејством повећаног напона, који се жели мерити, кроз волтметар протиче иста струја, као и при напону за који је волтметар предвиђен, без тог додатног отпора. Принцип проширивања мерног опсега волтметра детаљније је обрађен у следећем делу.



Слика 7.12. *Принцип проширивања мерног опсега волтметра*

7.5.1 ПРОШИРИВАЊЕ МЕРНОГ ОПСЕГА ВОЛТМЕТРА*

Основни принцип на коме се заснива поступак проширивања мерног опсега волтметра је редно везивање предотпора R_p основном мерном систему. На овај начин се постиже расподела укупног мереног напона U делом на предотпор (U_{Rp}) а делом на мерни систем волтметра U_o. Овај принцип је илустративно приказан на слици 7.13.

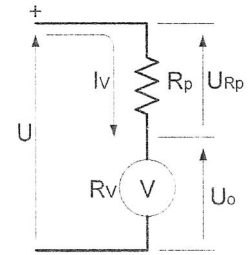


Слика 7.13 *Расподела напона на волтметру и редно везаном предотпору*

Важно је нагласити да се вредност предотпора бира тако да преостали напон на волтметру не пређе вредност основног мерног опсега. Ако је R_p једнако R_V лако је уочити да се систем понаша као напонски разделник при чему се половина укупног напона U расподели на отпор R_p а друга половина на R_V. Како одредити потребну вредност отпора R_p да би основном мерном систему проширили опсег **n** пута? У циљу одређивања предотпора R_p неопходно је претходно дефинисати однос укупног мереног напона U и напона основног мерног опсега U_o, овај однос се дефинише као моћ умножавања волтметра.

$$n_V = \frac{U}{U_o} \text{ - моћ умножавања волтметра} \qquad (7.11)$$

На слици 7.14 приказана је расподела напона редне везе предотпора и мерног система волтметра.



Слика 7.14 *Расподела напона код проширивања мерног опсега волтметра*

Применом 2. Кирхофовог закона за слику 7.14 можемо писати:

$$U = R_p I_V + R_V I_V = (R_p + R_V) I_V \qquad (7.12)$$

Имајући у виду да унутрашњи отпор волтметра познајемо, струју волтметра можемо одредити на следећи начин,

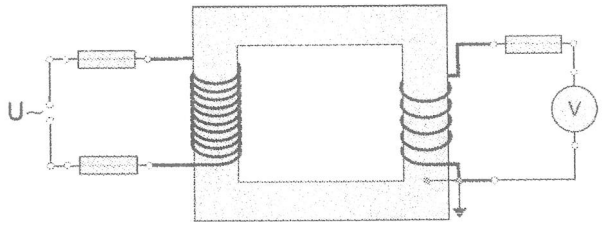
$I_V = \frac{U_O}{R_V}$, односно применом у изразу (7.12) добијамо, (7.13)

$$U = (R_p + R_V)\frac{Uo}{R_V} \Rightarrow \frac{U}{U_O} = \frac{R_p}{R_V} + 1 \Rightarrow \frac{U}{U_O} - 1 = \frac{R_p}{R_V} \qquad (7.14)$$

Сређивањем израза (7.17) долазимо до израза за одређивање потребне вредности предотпора да би се основном мерном систему волтметра проширио мерни опсег **n** пута.

$$\frac{U}{U_O} - 1 = \frac{R_p}{R_V} \Rightarrow R_p = R_V \cdot \left(\frac{U}{U_O} - 1\right),\ n_V = \frac{U}{U_O} \Rightarrow R_p = R_V \cdot (n_V - 1) \qquad (7.15)$$

Мерење великих вредности наизменичних напона врши се преко напонских мерних трансформатора. На слици 7.15 приказано је како се врши прикључивање напонског трансформатора и волтметра.



Слика 7.15 *Мерење напона применом напонског мерног трансформатора*

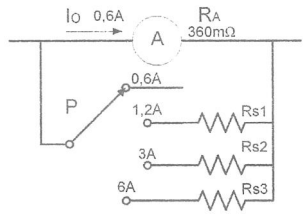
На примар трансформатора, преко високонапонског осигурача, прикључује се напон, који се жели измерити. На секундар трансформатора везује се волтметар. Он се штити од преоптерећења топљивим нисконапонским осигурачем. Један крај трансформатора и магнетно коло трансформатора се уземљују ради заштите руковаоца од високог напона додира.
Мерни напонски трансформатор има много већи број навојака на примару у односу на број навојака на секундару. На тај начин се високи напон на примару

трансформише у малу вредност напона секундара, који се може мерити волтметром. Напон на примару (U'), који се жели измерити, добија се као производ напона на секундару (U") и трансформационог фактора напона k

$$U' = k \cdot U" \qquad (7.16)$$

Обично се напонски мерни трансформатори израђују за номиналне напоне секундара од 100V. На пример, трансформатор 3000 V/100 V предвиђен је за номинални напон примара од 3000 V, а секундара од 100 V, или трансформатор 20000 V /100 V предвиђен је за оптимални напон примара од 20000 V, а секундара од 100 V.

1. Задатак

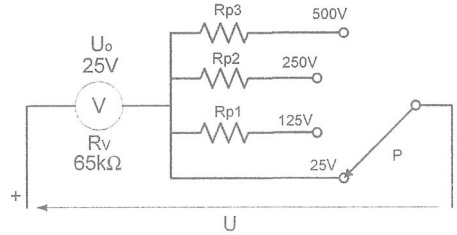


Слика 7.16 *Проширивање мерног опсега амперметра*

На слици 7.16 приказан је амперметар чији је основни мерни опсег I_O=0,6A и унутрашња отпорност R_A=360mΩ, одредити потребне оточне отпорнике R_{s1},R_{s2},R_{s3} да би мерни опсези система били 1.2A, 3A, 6A, респективно.

НАПОМЕНА Струје 1.2A, 3A, 6A нису струје кроз отпорнике R_{s1},R_{s2},R_{s3} већ струје мерних опсега инструмента то је максимална струја потрошача коју инструмент може да измери!

2. Задатак



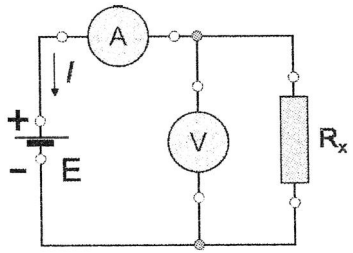
Слика 7.17 *Проширивање мерног опсега волтметра-задатак*

На слици 7.17 приказан је волтметар чији је основни мерни опсег U_O=25V и унутрашња отпорност R_V=65kΩ, одредити потребне предотпоре R_{p1},R_{p2},R_{p3} да би мерни опсези система били 125V,250V,500V, респективно.

7.6 ОММЕТАР

Електрични отпор се може мерити индиректно помоћу амперметра и волтметра, или директно, помоћу инструмента за мерење отпора који се назива омметар. Амперметром и волтметром отпор се мери на следећи начин.

Помоћу амперметра измери се струја, која пролази кроз отпор, и напон, који влада на његовим крајевима, (слика 7.18).

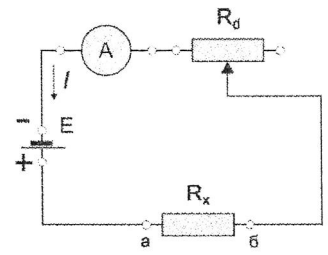


Слика 7.18 *Мерење отпора методом амперметра и волтметра*

Тада се непозната вредност отпора израчунава преко обрасца,

$$R_x = \frac{U}{I}. \qquad (7.17)$$

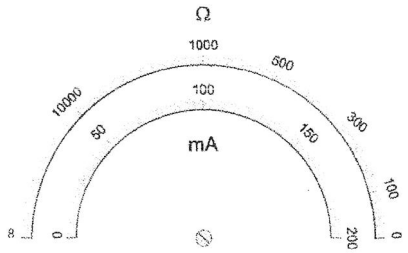
Као што се из наведеног види, за овакав начин мерења отпора потребна су два инструмента, а мерена вредност отпора се добија математичким прорачуном, те је зато овај начин мерења доста непогодан за брза мерења.
Далеко је погоднији начин мерења отпора је помоћу омметра, јер се на скали инструмента директно очитава вредност мереног отпора.
Да би објаснили принцип рада ом-метра посматраћемо електрично коло приказано на слици 7.19.



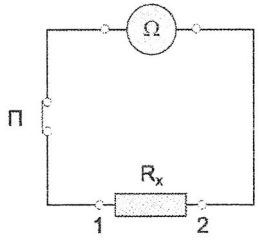
Слика 7.19 *Принципијелна шема омметра*

У колу се налази извор једносмерне електричне струје, променљиви отпор R_d, амперметар и између крајева а и б неки непознати отпор R_x.

Зависно од вредности укупног отпора у колу, имаћемо одређену вредност електричне струје, коју ће показивати амперметар, тако да се на скали амперметра уместо вредности струје могу назначити вредности отпора и директно очитавати.
Ако се између крајева а и б постави отпор, чија се вредност жели измерити, пре мерења тог отпора, крајеве а и б треба кратко спојити.
У том случају укупан отпор у колу је најмањи, а струја је највећа. Помоћу променљивог отпора R_d подеси се струја на највећу вредност и када казаљка инструмента скрене до краја скале, вредност отпора између крајева а и б једнака је нули, јер су они кратко спојени. Убацивањем непознатог отпора између крајева а и б, струја ће опадати у зависности од његове вредности. За већу вредност отпора R_x струја ће бити мања и обрнуто.
На слици 7.20 приказане су скале инструмента струје и отпора. Када струја има максималну вредност, отпор који се мери има вредност нула ома.



Слика 7.20

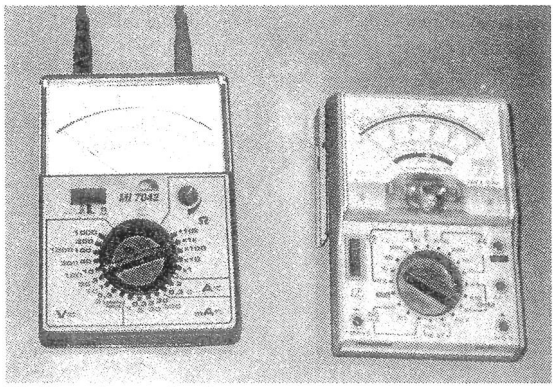


Слика 7.21

Када су крајеви а и б отворени, у колу не тече електрична струја (I = 0), а отпор је бесконачан (R = ∞).
Према томе, омметар чине извор једносмерне струје, осетљиви амперметар, чија је скала назначена у омима и додатни отпор R_x, слика 7.21.

7.7 УНИВЕРЗАЛНИ ЕЛЕКТРИЧНИ МЕРНИ ИНСТРУМЕНТИ

Мерење одређених електричних величина врши се одговарајућим инструментима.
Инструмент којим се може мерити више различитих електричних величина назива се **универзални мерни инструмент**.
Универзални мерни инструмент, којим се може мерити јачина струје, напон и отпор назива се **AVO-метар** (ампер-волт-ом-метар).
Када смо говорили о амперметру, речено је на који начин амперметар са кретним калемом (магнетоелектрични), показује јачину електричне струје.
Мерење једносмерног напона може се вршити помоћу истог кретног система, с тим што се амперметру при мерењу напона додаје велика вредност отпора (јер се амперметар везује у коло редно а волтметар паралелно).
Видели смо, такође, да ом-метар чини извор једносмерне струје, ампертметар и додатни отпор, с тим што је скала амперметра градуисана у омима.
Значи, један исти кретни систем се може користити за мерење струје, напона и отпора, уз одговарајућа прилагођавања.
Пошто инструмент са кретним калемом може мерити само једносмерне струје и напоне, да би се са AVO-метром могле мерии и наизменичне величине, врши се усмеравање наизменичних величина помоћу исправљачких диода (претварају наизменичне величине у једносмерне).
Тек након тога се те усмерене величине мере.
Пошто усмерене наизменичне величине не одговарају у потпуности једносмерним, скале једносмерних величина се разликују од скала за наизменичне величине, што је на сваком таквом инструменту назначено ознаком и бојом скале.
Ови инструменти имају више мерних подручја мерења (опсега) како за једносмерне, тако и за наизменичне напоне и струје.
О томе се мора строго водити рачуна при мерењу, како не би дошло до грешке у мерењу а и до оштећења самог инструмента.



Слика 7.22 *Изглед стандардних универзалних мерних инструмената*

7.8 ОЧИТАВАЊЕ МЕРЕНЕ ВЕЛИЧИНЕ НА АНАЛОГНИМ ИНСТРУМЕНТИМА

Код електричних инструмената са казаљком мерена величина је одређена положајем казаљке на скали инструмента, на којој се налази одређен број подеока.
Вредност мерене величине, за коју казаљка инструмента скрене до краја скале, назива се мерно подручје или мерни опсег инструмента.
Ако при мерењу казаљка скрене за одређени угао α, потребно је утврдити колика је вредност мерене величине.
Њу добијамо ако константу инструмента (K) помножимо са углом скретања α казаљке.

За амперметар добијамо да је измерена величина струје једнака

$$I = K_A \cdot \alpha \ [A] \tag{7.18}$$

где је K_A – константа амперметра, а за волтметар

$$U = K_V \cdot \alpha \ [V] \tag{7.19}$$

где је K_V – константа волтметра. Није тешко закључити да константа инструмента представља вредност једног подеока на скали.

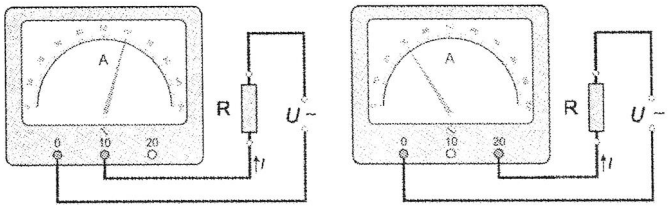
Она се добија када се опсег мерења инструмента, који представља максималну вредност која се инструментом може измерити, подели са укупним бројем подеока скале

$$K = \frac{D}{\alpha_u} = \frac{X_{max}}{\alpha_{max}} \tag{7.20}$$

При чему је: D- домашај мерног инструмента или максимална вредност мерене величине коју инструмент може да измери (X_{max}), $\alpha_y(\alpha_{max})$- укупан (максимални) број подеока са скале са које се врши очитавање.

Као пример, узећемо мерење струје која пролази кроз пријемник отпорности R, приказан на слици 7.17.
У примеру ћемо користити амперметар са два опсега – од 10 A и 20 A.

У првом случају (слика 7.23.а), одабран је мерни опсег од 10 А казаљка инструмента је стала на 60-ти подеок скале. Поставља се питање колика је вредност измерене струје?



а) б)

Слика 7.23. *Мерење струје амперметром на различитим мерним опсезима*

Пошто је скретање казаљке мерног система α = 60 подеока, јачина струје биће једнака

$$I = K_A \cdot \alpha \qquad (7.21)$$

У том случају константу амперметра одређујемо на следећи начин

$$K_A = \frac{10}{100} \quad [A/pod] \qquad (7.22)$$

$$K_A = 0{,}1 \quad [A/pod] \qquad (7.23)$$

Тада мерена струја износи:

$$I = 0{,}1 \cdot 60 = 6\ A. \qquad (7.24)$$

Уколико би смо одабрали мерно подручје од 20 А, (слика 7.23.б), казаљка инструмента би се зауставила на 30-том подеоку, па би измерена вредност струје била

$$I = K_A \cdot \alpha \qquad (7.25)$$

За α = 30 подеока

$$K_A = \frac{20}{100} \quad [A/pod] \qquad (7.26)$$

$$K_A = 0{,}2 \quad [A/pod] \qquad (7.27)$$

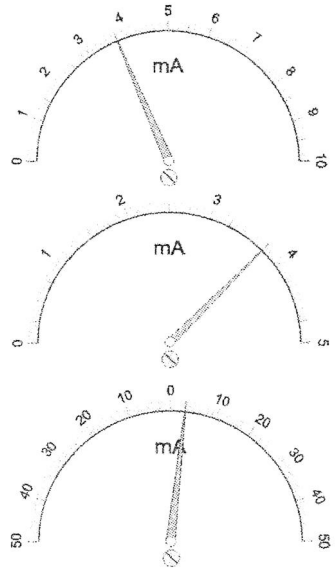
Према томе мерена струја износи:

$$I = 0{,}2 \cdot 30 = 6\ A. \qquad (7.28)$$

То значи, да без обзира које смо подручје изабрали за мерење, увек добијамо исту измерену вредност величине, ако смо правилно одабрали скалу мерења.
Кон инструмената који мају више мерних подручја, обично постоји и више скала на којима је различит број подеока.
На којој ћемо скали вршити очитавање зависи од мерног подручја.
Према мерном подручју скала на којој се врши очитавање скретања казаљке увек се бира тако да се води рачуна да константа инструмента буде број 1 или да тај број буде у основи неког мултипла тог броја (0,01, 0,1, 1, 10, 1000, 1000) као би се што једноставније и тачније обавило мерење, односно очитала мерена величина.

7.9 СКАЛЕ И ОЗНАКЕ НА ИНСТРУМЕНТИМА

Скале електричних инструмената могу бити различите.
На слици 7.24. приказане су три врсте скала.

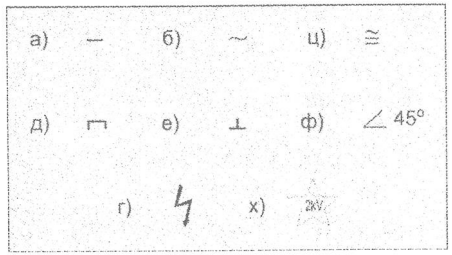


Слика 7.24 *Скале мерних система*

Код скала на слици 7.24.а) и 7.24.б) нула скале се налази на почетку мерног подручја а код скале на слици 7.24.ц) на средини.
Растојање подеока на скали може бити равномерно, па се таква скала назива равномерна или линеарна, слика 7.24.а.
Ако су растојања између подеока неједнака, таква скала се назива неравномерна или нелинеарна скала.
На сваком мерном инструменту су назначене важне техничке карактеристике инструмента, које је потребно познавати да би се инструмент могао исправно користити, како не би дошло до грешке мерења, оштећења инструмента или да би се руковаоц правилно заштитио од струјног удара при његовој употреби.
На скали сваког инструмента треба да стоје следећи подаци

- ознака врсте инструмента према принципу рада
- ознака врсте мерене величине
- класа тачности инструмента
- врста струје за коју је предвиђен инструмент
- ознака положаја инструмента при мерењу
- величина максималног напона при којем је испитана изолација инструмента.

На слици 7.25 приказане су неке договорене ознаке које се налазе на електричним инструментима.



Слика 7.25 *Симболи мерних инструмената*

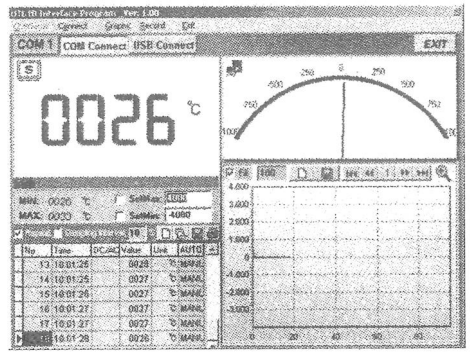
Ознака на слици 7.25.а) говори да инструмент мери само једносмерне величине, ознака на слици 7.25.б) да инструмент мери само наизменичне величине, ознака на слици 7.18.ц) да инструмент мери и једносмерне и наизменичне величине, ознака на слици 7.25.д) да инструмент тачно мери само у хоризонталном положају, ознака на слици 7.18.е) да инструмент тачно мери само у вертикалном положају, ознака на слици 7.18.ф) да инструмент тачно мери само у под углом од 45°.
Ознаке за вредност напона под којим је испитана изолација кућишта инструмента дате су на сликама 7.25.г) и 7.18.х). Ако је ознака за испитани напон звездица, бројка у звездици представља вредност испитног напона у kV, а ако је стрелица, вредност испитног напона је уписана поред ње.

7.10 ОСНОВЕ ДИГИТАЛНИХ МЕРНИХ ИНСТРУМЕНАТА

Дигитални мерни инструменти представљају уређаје за мерење како електричних тако и неелектричних величина. Од стандардних електричних величина дигитални мултиметри могу мерити: једносмерни и наизменични напон, једносмерну и наизменичну струју, отпорност, температуру, фреквенцију, капацитет кондензатора, као и испитивање транзистора.
Основне особине савремених дигиталних мултиметара могу се сагледати у следећих неколико тачака:

1. велика улазна отпорност Rul≈MΩ (реда величине мегаома)
2. могућност аутоматског подешавања мерног опсега
3. заштита од преоптерећења и погрешног укључивања у електрично коло
4. високо разлагање
5. аутоматско подешавање нуле
6. могућност примене апликативног софтвера и мониторинг мерених величина путем рачунара


а)



б)

Слика 7.26 *Стандардан дигитални мултиметар, а) изглед мерног инструмента, б) изглед софтверског окружења*

Основни и поједностављени блок дијаграм дигиталног мултиметра приказан је на следећој слици.

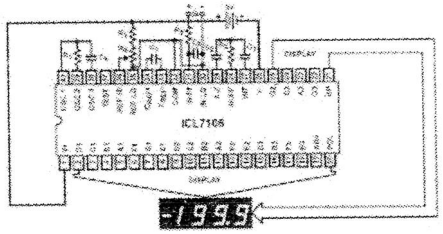


Слика 7.20 *Основни блок дијаграм дигиталног мултиметра*

Код дигиталних мерних инструмената основно мерно коло представља интегрисано коло ICL7106. Ово интегрисано коло је високих перформанси и у себи садржи следеће елементе:

1. A/D конвертор (аналогно-дигитални конвертор)
2. Седмосегментни декодер
3. Драјвере за седмосегментни дисплеј
4. Синхронизацију

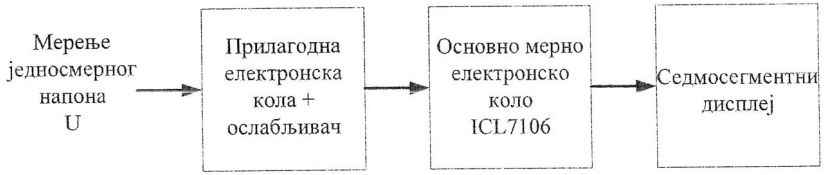
На слици 7.27 приказано је стандардно електронско коло ICL7106



Слика 7.27 *Стандардно електронско коло ICL7106*

Имајући у виду да је коло ICL7106 напонског типа, односно улаз у само интегрисано коло је опсега 0-200mV, неопходно је све мерене величине прилагодити наведеном напонском интервалу.

Из тог разлога за мерење једносмерних напона изнад вредности 200mV неопходно их је претходно ослабити. Слабљење улазних напона врши се ослабљивачима који се најчешће реализују путем пасивних напонских разделника.



Слика 7.28 *Принципијелни блок дијаграм мерења једносмерног напона*

Код мерења наизменичних напона принцип мерења је сличан при чему се претходно мора активирати прецизни исправљач (усмерач) да би се наизменични напон претворио у једносмерни а потом довољно ослабио да га може мерити интегрисано коло. Због примене прецизног исправљача (усмерача) дигитални мерни инструменти имају нешто већу грешку на наизменичном мерном опсегу неко на једносмерном.



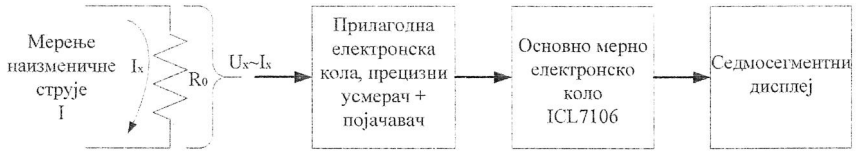
Слика 7.29 *Принципијелни блок дијаграм мерења наизменичног напона*

Код мерења једносмерне струје, струју је неопходно претворити у напон тако што се пропушта кроз калибрисани отпорник. Пад напона са овога отпорника прослеђује се мерном систему.



Слика 7.30 *Принципијелни блок дијаграм мерења једносмерне струје*

Код мерења наизменичних струја, мерена струја се као и у претходном поступку пропушта кроз калибрисани отпорник а затим се пад напона са овога отпорника усмерава и доводи до основног мерног система ICL7106. Због веома сложеног мерног поступка дигитални мултиметри веома често на опсегу за мерење наизменичних струја имају велику грешку мерног система.



Слика 7.31 *Принципијелни блок дијаграм мерења наизменичне струје*

8. ЗАШТИТА ОД ВИСОКОГ НАПИОНА ДОДИРА

8.1 ЗАШТИТА ОД СЛУЧАЈНОГ ДОДИРА ДЕЛОВА ПОД НАПОНОМ

Електрична постројења се састоје од делова који су под напоном и оних који нису под напоном.
Сви делови електропостројења и опреме који су под напоном морају бити заштићени од случајног додира.
За уређаје који раде на напону до 42V, заштита од случајног додира није потребна, уколико је тај уређај напајан из извора који је сигурно галвански одвојен од вишег напона. Ова заштита се користи само за уређаје који користе веће напоне.

Заштита од случајног додира делова под напоном се остварује на више начина као што су:

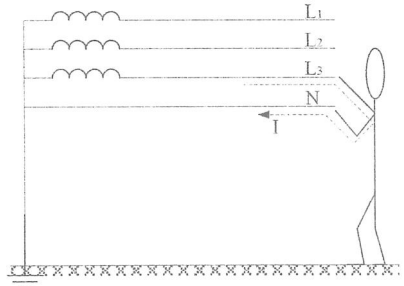
1) Делови електричног постројења постављају се ван домашаја човека, тј. на висини од 2.5m од могућег стајалишта човека или 1.25m хоризонтално, односно, наниже.
2) Делови постројења под напоном ограђују се преградама који онемогућују додир делова под напоном.
3) Делови постројења под напоном се заштићују и заштитним поклопцима, кућиштима, заштитним преградама и слично.
4) Прикључни напојни водови који имају заштитне омотаче и плаштове морају бити изведени тако да су они уведени у прикључне кутије, односно кућишта, уколико постоји могућност њиховог случајног додира.

8.2 ЗАШТИТА ОД ПРЕВИСОКОГ НАПОНА ДОДИРА

Опште је познато да је по човечији организам опасно ако кроз њега тече електрична струја одређеног интензитета. Електрична струја чија је јачина већа од 50mA може бити, под одређеним условима, смртоносна по човека. И електрични напон је такође опасан по човека, ако је његова вредност већа од 50V. Вредност напона преко 50V може проузроковати струју у човековом организму већу од 50mA, што може бити смртоносно.
Ако човеково тело дође под одређени напон преко њега се може затворити електрично струјно коло, тако да ће кроз њега протећи електрична струја одговарајућег интензитета. Вредност струје која се успоставља кроз човеково тело зависи од напона додира и вредности отпора самог тела. У овоме случају такође важи Омов закон тако да можемо писати:

$$I_č = \frac{U}{R_č} \qquad (8.1)$$

При чему је: U-вредност напона под који је дошло човеково тело, $R_č$-отпор човековог тела на путањи затварања струјног кола, $I_č$-струја кроз човеково тело.
Илустративно је принцип приказан на слици 8.1. Ако човек својом непажњом, рукама премости фазни и неутрални проводник напон додира једнак је фазном напону и он износи 230V. Према томе већ по критеријуму напона, ова вредност је смртоносна имајући у виду да је вишеструко већи од граничне вредности 50V.



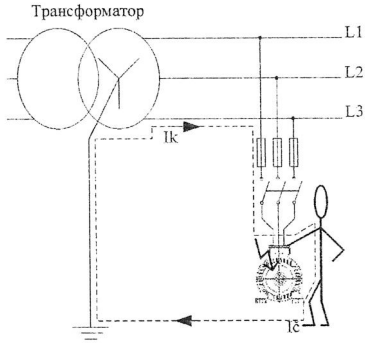
Слика 8.1 *Приказ затварања струјног кола додиром фазног и неутралног проводника*

Поред тога вредност струје кроз човеково тело зависи од отпора човековог тела кроз који се струјно коло затвара. На слици 8.1 види се да се протицању струје супротставља део човековог тела између две шаке. Што значи да на отпор утичу отпори леве и десне руке и отпор грудног коша човека.
Отпор човековог тела зависи од више фактора:

1) Степена влажности човековог тела (суво,ознојено, мокро)
2) Електричних карактеристика сваке особе, понаособ.

Како се електрични отпор човечијег тела мења, утврђено је да је за најнеповољније услове (када је он најмањи) при напону од 50V, може протицати струја од 50mA, која може бити смртоносна. Зато се сваки напон већи од 50V сматра превисоким напоном.
Користећи у свакодневном животу и раду уређаје који раде на напонима далеко већим од 50V, постоји могућност да при квару таквих уређаја човеку буде угрожен живот.
Као пример можемо навести електричне машине у индустрију и електричне апарате у домаћинству. Свака електрична машина састоји се од делова који су у нормалном раду под напоном и делова који нису под напоном. Ако у току експлоатације, због разних фактора, дође до слабљења изолације и квара могуће је да кућиште мотора и остали делови дођу под напон. Ако у том тренутку човек

(руковаоц) додирне кућиште машине у квару он аутоматски долази под мрежни напон напајања. Тада кроз човеково тело тече струје квара која може имати толики интензитет да га може моментално усмртити. Струја квара се затвара преко руке, односно места додира и стопала, односно места додира човека са земљом. Земља је на нултом потенцијалу а струјно коло се затвара јер је звездиште дистрибутивног трансформатора који напаја потрошач уземљено. Као што је илустровано на слици 8.2.



Слика 8.2 *Приказ петље струје квара у тренутку додира делова под напоном*

Заштита од превисоког напона додира састоји се у томе да се у случају квара на уређају спречи да струја квара I_k тече кроз човечије тело, односно да и ако тече кроз човека њен интензитет буде далеко мањи од вредности 50mA, а све у циљу заштите човековог живота.
Као превентивне мере од превисоког напона додира користе се:

1) Заштитно изоловање
2) Мали напон
3) Нуловање
4) Заштитно уземљење
5) Систем заштитног вода
6) Заштитне напонске склопке (ЗНС)
7) Заштитне струјне склопке (ЗСС)
8) Заштитни трансформатор за галванско одвајање

Свака од наведених заштитних мера има својих добрих и лоших особина. Која од њих ће се применити зависи од одређених услова, јер се све не могу увек примењивати. Да би се одабрала најбоља врста заштите, морају се знати карактеристике сваке од њих.

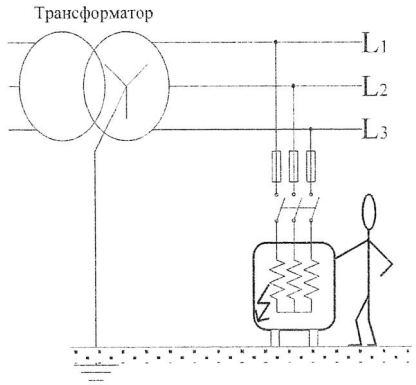
8.3 ЗАШТИТА ЗАШТИТНИМ ИЗОЛОВАЊЕМ

Ова врста заштите изводи се на два начина:

1) Заштитним изоловањем електричних уређаја,
2) Заштитним изоловањем стајалишта

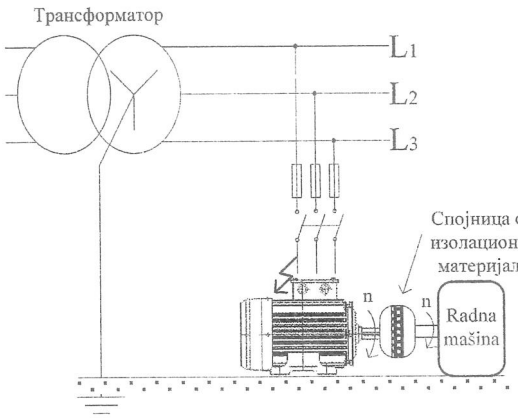
1) Заштитно изоловање електричних уређаја

Металне делове електричних уређаја који у нормалном раду нису под напоном и човек их при раду додирује могу услед квара уређаја доћи под напон који је опасан по живот човека.
Заштита од високог напона заштитним изоловањем електричних уређаја изводи се тако што се сви метални делови уређаја који услед квара могу доћи под напон пресвлаче изолационим материјалом.
На тај начин се онемогућује да додиром човек дође под високи напон опасан по живот. Овај принцип је илустрован на слици 8.3.



Слика 8.3 *Принцип заштитног изоловања кућишта уређаја*

Са слике 8.3 се види да и ако дође до квара у унутрашњости уређаја руковаоц који додирује кућиште је безбедан јер је кућиште уређаја пресвучено слојем изолационог материјала.
Други начин извођења ове заштите је да се сви проводни елементи електричног уређаја које човек додирује одвоје допунском изолацијом од проводних делова, који услед квара уређаја могу доћи под напон.



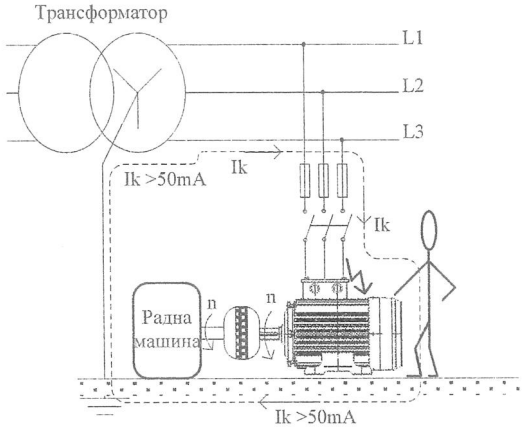
Слика 8.4 *Заштита применом изолационих спојница*

Ово се на пример постиже изолационим умецима у преноснике осовина и слично. Као пример можемо навести гумене спојнице на електромоторима (еласт или перифлекс спојнице). Овај принцип је илустративно приказан на слици 8.4.
Да би се могло са сигурношћу тврдити да уређај има заштиту заштитним изоловањем он мора бити атестиран и на њему то мора бити видно назначено. Уређаји који имају овакву врсту заштите на свом кућишту имају јасну ознаку у виду квадрата у квадрату ( ).

2) Заштитно изоловање стајалишта

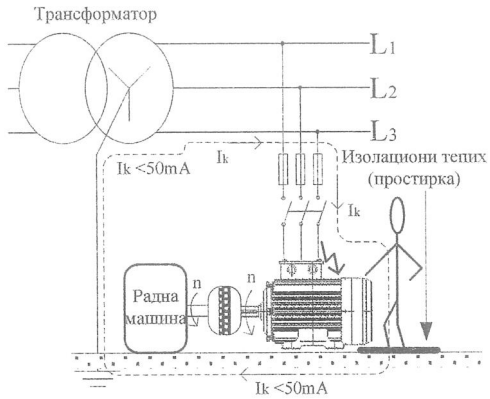
На слици 8.5а приказана је ситуација када електрични уређај нема заштиту од високог напона додира применом изолационог стајалишта.
При појави квара на уређају додирујући метални део уређаја који је услед квара дошао под високи напон у том тренутку ако човек додирује металне масе уређаја он такође долази под високи напон и кроз његово тело протиче електрична струја квара I_K. Вредност те струје која тече кроз човеково тело зависи од напона додира и унутрашњег отпора човековог тела.

$$I_č = \frac{U}{R_č} \qquad (8.2)$$



Слика 8.5а *Ситуација када електрични уређај нема изолационо стајалиште*

Ако је напон већи од 50V, струја која протиче кроз човечије тело може имати далеко већу вредност од 50mA, па додиром таквих делова човек може бити директно животно угрожен.
Да би човек и поред тога што је дошао под високи напон био безбедан, потребно је обезбедити да при таквом високом напону струја буде мања од 50mA или да је уопште не буде.



Слика 8.5б *Ситуација када је заштита од високог напона додира постигнута постављањем изолационе подлоге*

Из једначине (8.3) се види да се струја кроз човеково тело може смањити ако се отпор струји кроз човеково тело повећа. На слици 8.5б је приказно да човек (руковаоц) стоји на изолационој простирци чији је отпор веома велики (R_S).
У том случају ће струја кроз човеково тело бити једнака:

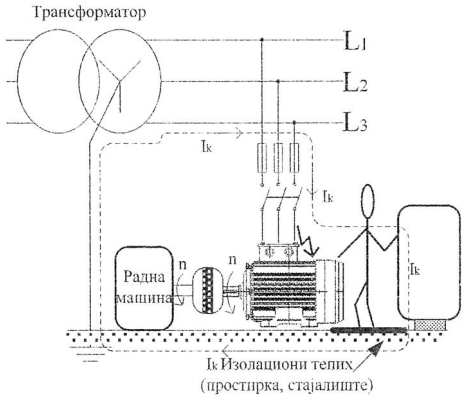
$$I_č = \frac{U}{R_č + R_s} \qquad (8.3)$$

Пошто је отпор изолационог стајалишта веома велики, струја која протиче кроз човека ће бити веома мала, далеко мања од 50mA. На тај начин се елиминише потенцијална животна угроженост човека у нежељеним хаваријским ситуацијама. На овај начин се врши заштита од високог напона додира изоловањем стајалишта.
Да би се постигла пуна сигурност ове врсте заштите, потребно је водити рачуна о:

1. Величини изолационог стајалишта
2. Покретности уређаја за које се примењује ова врста заштите
3. Близини других машина и уређаја и проводних делова

Величина изолационог стајалишта мора бити таква да у случају да се човек налази ван њега не може руком или деловима тела додирнути проводне делове уређаја. Заштита заштитним изоловањем стајалишта дозвољена је само за електричне уређаје који су стално постављени (непокретни) а забрањена је за покретне уређаје. Наиме, сваким померањем уређаја морала би се померати и заштитна простирка и неопходно би било из почетка испуњавати све оне заштитне услове које ова врста заштите захтева.

На слици 8.5ц приказана је ситуација када човек са изолационог стајалишта може додирнути проводне делове другог уређаја.



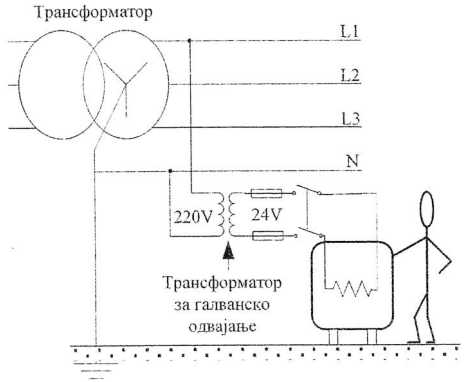
Слика 8.5ц *Ситуација када човек који стоји на изолационом стајалишту другом руком може додирнути суседна проводна тела*

У случају ситуације приказане на слици 8.5ц струја квара се преко уређаја који је у квару затвара преко човека и суседног проводног тела. На тај начин заштита

постављањем изолационог стајалишта губи сваку функцију и руковалац постаје животно угрожен.

3) Заштита малим напоном

Као што је већ речено, користећи електричне уређаје човек додирује металне масе уређаја који у случају квара могу доћи под напон. Уколико је тај напон додира већи од 50V живот човека је у случају квара угрожен, а уколико је мањи тај напон је безопасан. Зато у циљу заштите од високог напона додира многи електрични уређаји користе погонски напон који није већи од 42V. У неким посебним условима он не сме бити већи од 24V.



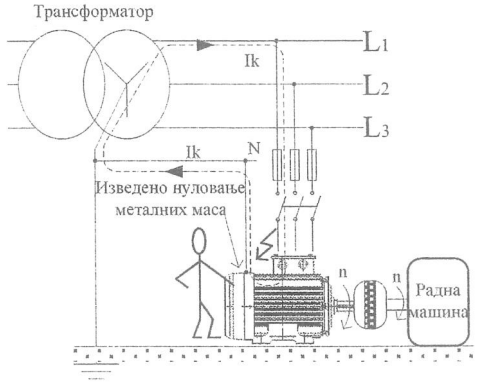
Слика 8.6 *Заштита малим напоном, за напајање уређаја чији је радни напон мањи од 50V*

Напајање електричних уређаја малим напоном врши се најчешће преко заштитних трансформатора, који се израђују по посебним прописима.
Највећа називна снага ових трансформатора не сме бити већа од 5kVA, а највећи примарни напон не сме прелазити 500V. Максималан секундарни напон код ових трансформатора не прелази 42V.
Сви делови под напоном морају бити заштићени од случајног додира делова под напоном, како на примарној тако и на секундарној страни. Такође и проводни делови ових трансформатора морају бити заштићени од високог напона додира. Намотаји примара и секундара морају међусобно бити изоловани и одвојени. Прикључни изводи секундарних намотаја заштитних трансформатора не смеју бити уземљени. На секундарној страни морају постојати две прикључнице за две врсте малог напона.
Утикачи преко којих се прикључују електрични уређаји предвиђени за рад на малом напону, морају бити тако конструисани да се не могу грешком прикључити на прикључницу високог напона. Ова врста трансформатора се поставља фиксно на местима где се користе.

Углавном се користе у рудницима, код преносних светиљки, електричног алата и за друге намене.
Дечије играчке такође за погон користе мале напоне преко специјалних трансформатора који не смеју бити веће снаге од 200VA. Њихов највиши примарни напон може износити 230V, а секундарни напон 24V.
Обично се користе као преносни те се код њих мора применити заштитно изоловање.

8.4 ЗАШТИТА НУЛОВАЊЕМ

Заштита нуловањем остварује се на тај начин што се проводни делови електричних уређаја, које човек додирује, а који у нормалним експлоатационим условима нису под напоном међусобно повежу на нулти (неутрални) проводник.



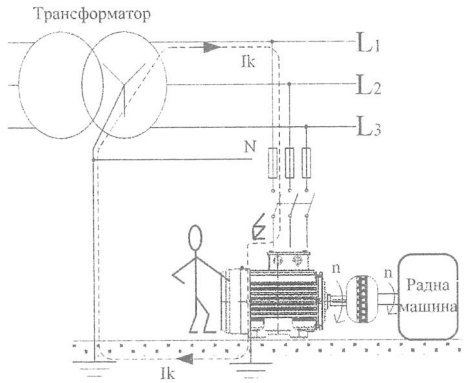
Слика 8.7 *Заштита изведена нуловањем металних маса*

У том случају ако дође до квара и металне масе уређаја дођу на вредност потенцијала мрежног напона напајања. Струја квара се затвара преко металних маса и неутралног проводника. Ако је отпор у колу струје квара преко нултог проводника веома мали (далеко мањи од отпора човека) струја квара ће имати одговарајући интензитет да изазове брзо реаговање заштитног уређаја, топљивог односно аутоматског осигурача или заштитне склопке.
Уколико струја квара није довољно велика да изазове деловање заштитног уређаја нуловање се примењује уз додатну напонску заштитну склопку. У том случају искључују се све три напојне фазе и нулти проводник.
Нулти проводник мора бити уземљен на више места с тим да укупни отпор нултог вода не сме прећи вредност 2Ω. Он се обавезно уземљује у близини трансформаторске дистрибутивне станице, а код ваздушне нисконапонске мреже на крају сваког огранка дужег од 200m.
У мрежама где је извршена заштита изоловањем забрањена је заштита заштитним уземљењем без споја за нултим водом.

Нулти вод обележен је сивом или плавом бојом и у њега није дозвољено уграђивати осигураче.
За нуловање се користи и посебан заштитни проводник који се на више места везује са неутралним водом и уземљује.
Према важећим техничким прописима вод који се користи као посебан заштитни проводник мора бити означен по целој својој дужини **жуто-зеленом** бојом.

8.5 ЗАШТИТА ЗАШТИТНИМ УЗЕМЉЕЊЕМ

Заштита заштитним уземљењем изводи се на тај начин што се сви метални делови електричног уређаја који у нормалним експлоатационим условима нису под напоном, а услед квара могу доћи под напон, међусобно повезују проводником који се повезује са уземљивачем.



Слика 8.8 *Принцип заштитног уземљења*

На овај начин се постиже да се струја квара преко уземљивача затвара и узрокује реаговање заштитне опреме, при чему вредност напона додира на металним деловима не сме прећи вредност 50V.
Заштитно уземљење се изводи на два начина:

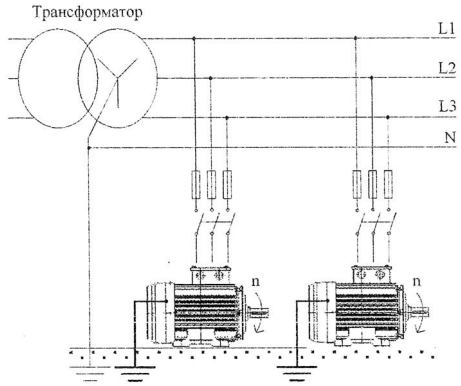
1. Помоћу појединачних уземљивача
2. Помоћу заједничких уземљивача

Да би заштита од високог напона додира била ефикасна. Потребно је да буду задовољени одређени услови, а који су различити за наведене начине заштите.

1) Уземљење помоћу појединачних уземљивача

Ова врста заштите изводи се на тај начин што се метални делови електричних уређаја који могу доћи под напон, повезани сопственим појединачним уземљивачем. Ови појединачни уземљивачи нису проводником повезани са

погонским уземљењем нулте тачке трансформаторске станице, односно са неутралним проводником. На слици 8.9 приказан је принципијелно начин заштитног уземљења уређаја помоћу појединачних уземљивача.



Слика 8.9 *Заштитно уземљење помоћу појединачних уземљивача*

Да би ова врста заштите била ефикасна потребно је да буде испуњен следећи услов са аспекта отпора уземљења.

$$R_z = \frac{50V}{I_k} \qquad (8.4)$$

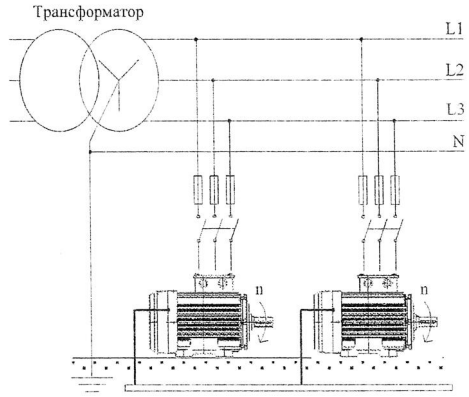
При чему је: R_Z- отпор уземљења, I_k- струја квара. Како је неопходно да струја квара буде довољно велика да изазове реаговање осигурача, отпор уземљења мора бити веома мали, што је у пракси често веома тешко постићи.
Зато треба избегавати ову врсту заштите у мрежама са уземљеним звездиштем за електричне инсталације које имају осигураче струјних кругова називне струје преко 10А.

2) **Уземљење преко заједничког уземљивача**

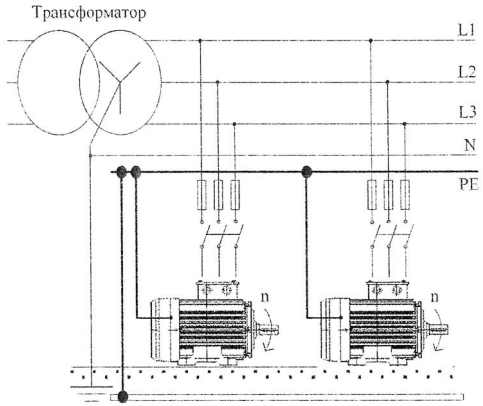
Заштита од високог напона додира помоћу заједничког уземљивача изводи се на два начина:

1. Сваки пријемник има свој вод
2. У инсталацију је постављен сабирни вод

У првом случају сваки пријемник има свој заштитни вод који се везује на уземљивач, слика 8.10а



Слика 8.10а *Заштитно уземљење помоћу заједничког уземљивача, сваки пријемник има свој заштитни вод*

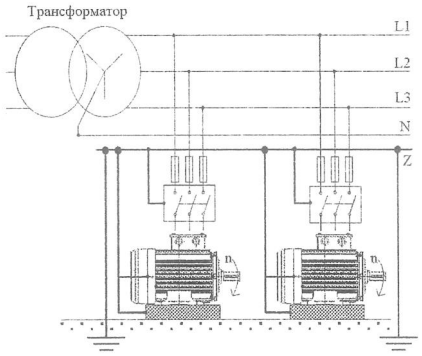


Слика 8.10б *Заштитно уземљење помоћу заједничког уземљивача, у инсталацији је постављен сабирни заштитни вод (PE или Z)*

У другом случају заштитни вод сваког пријемника везује се на заједнички сабирни вод а који се везује на уземљивач, што је приказано на слици 8.10б.
За заједнички уземљивач користи се најчешће уземљивач у облику поцинковане челичне траке (FeZn), сонде или оловни плашт кабла ако је инсталација изведена подземним путем.
У електричној мрежи у којој је заштита од високог напона додира изведена помоћу заједничког уземљивача укупни отпор петље струје квара не сме бити већи од 2Ω.
У таквој електричној мрежи је дозвољена и заштита нуловањем.

8.6 СИСТЕМ ЗАШТИТНОГ ВОДА

Овај начин заштите од високог напона додира примењује се само у оним инсталацијама или њиховим деловима у којима ни нулта тачка ни било која тачка вода није уземљена.
Изводи се на тај начин што се проводни делови уређаја и инсталација које треба заштитити од високог напона додира, споје на сабирни заштитни вод.
На исти сабирни вод повезују се и све металне масе које су доступне додиру човека (конструктивни делови зграде, топловодне, гасоводне и водоводне цеви).
Основни принцип ове заштите илустрован је на слици 8.11.

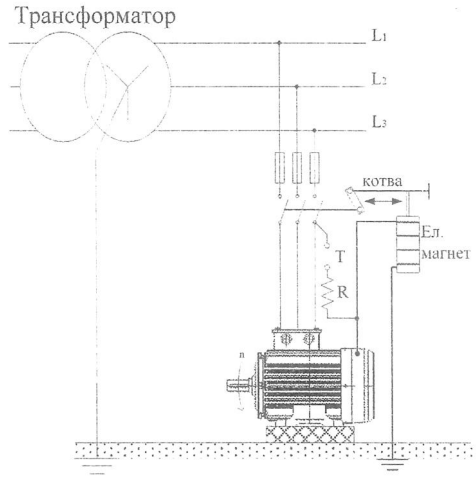


Слика 8.11 *Систем заштитног вода*

Сабирни вод је неопходно уземљити при чему отпор његовог уземљења мора бити мањи од 2Ω.
Овај систем заштите се састоји у томе што се у случају када неки део уређаја дође под напон, човек није угрожен јер струја квара не тече преко човековог тела ка земљи јер звездиште система није уземљено.
Шта више, такав квар се не примећује, већ је у електричној инсталацији потребно поставити посебан **контролни уређај** који звучним или неким другим сигналом јавља квар који је потребно отклонити. Без обзира што такав квар не може угрозити живот човека.
Пуна ефикасност ове заштите траје све док је изолација инсталације према земљи на задовољавајућој вредности.
Уколико дође до слабљења те изолације према земљи, престаје и сигурност заштите па је зато у овим мрежама неопходно постављање уређаја за контролу изолације.
Ова заштитна мера од високог напона додира примењује се за инсталације које нису много разгранате. То су инсталације које се напајају из сопствених извора електричне енергије (генератора).
Погодна је за уређаја помоћног осветљења, за руднике, поједине радионице, позоришта и слично.

8.7 ЗАШТИТНЕ НАПОНСКЕ СКЛОПКЕ

Заштита од високог напона додира заштитном напонском склопком (ЗНС), остварује се на тај начин што се аутоматски искључује напајање електричног уређаја који је у квару.
Електрична шема споја заштитне напонске склопке приказана је на слици 8.12.



Слика 8.12 *Принципијелна шема заштитне напонске склопке*

Ако дође до квара на уређају и метални делови који при нормалном раду уређаја нису под напоном, дођу услед квара под напон, јавља се струја кроз намотај електромагнета склопке.
Један крај калема електромагнета везан је за металне масе уређаја који се штити а други део за помоћно уземљење. У том случају струја која тече кроз калем електромагнета привлачи котву која искључује струјно коло потрошача и то већ при врло малим вредностима струје квара.
Предност ове заштите је што није неопходно постићи веома малу вредност отпора помоћног уземљења. Довољно је да ова вредност отпора не пређе вредност 600Ω, па да склопка реагује.
Уземљивач помоћног уземљења мора бити посебан и не сме се налазити у напонском левку других уземљивача. Односно, мора бити довољно удаљен од њих. Сматра се да је постигнуто добро помоћно уземљење ако је помоћни уземљивач постављен на растојању које је веће од 10m од других уземљивача.
Да би се могла контролисати исправност заштитне напонске склопке у њу је уграђен тастер за контролу исправности склопке. Притиском на тастер активира се калем електромагнета, при чему се струја електромагнета ограничава отпорником R. Ако је склопка исправна она ће искључити потрошач од извора напајања. Ову контролу треба вршити бар једном месечно или чешће. Приликом реаговања заштитна напонска склопка сем фазних проводника треба искључити

и нулти вод. Често се ова врста склопки примењује као допунска заштита у нулованим постројењима или у постројењима са заштитним уземљењем.

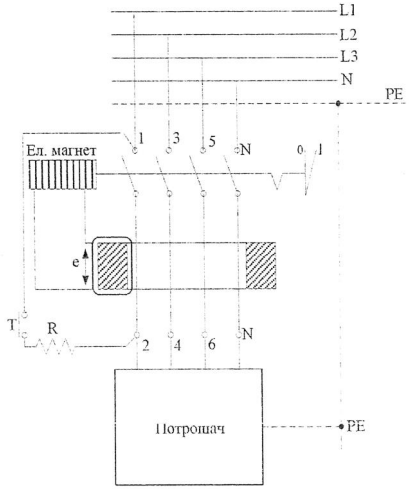
8.8 ЗАШТИТНЕ СТРУЈНЕ СКЛОПКЕ

(Заштитне склопке диференцијалне струје)

Заштита од високог напона додира заштитним струјним склопкама своди се на спречавање да се превисоки напон додира одржи на проводним деловима електричног уређаја који у случају квара долазе под напон.
Заштитна струја склопка реагује на тај начин што се у случају струје квара активира електромеханички механизам склопке који аутоматски искључује фазне и неутрални проводник.
На слици 8.13 приказана је принципијелна шема заштите од високог напона додира применом заштитне струјне склопке. Ова врста заштите се користи код уређаја који се напајају како трофазним тако и монофазним системом напајања.
Према броју полова разликујемо:

1. **Четворополне** заштитне струјне склопке које се примењују у трофазним системима
2. **Двополне** струјне склопке које се примењују у монофазним системима

Склопка се састоји од феромагнетног торусног језгра које обухвата фазне и неутрални проводник. На језгру се налази намотај који напаја електромагнет, односно механизам за искључење склопке. Склопка ради на принципу електромагнетних поља које стварају обухваћени проводници са струјом. Ако је потрошач исправан векторски збир струја у долазним фазама једнак је струји неутралног вода која се враћа према извору. Свака од струја ствара своју компоненту електромагнетног поља у торусном језгру.
Векорски збир електромагнетних поља долазних фаза и електромагнетног поља повратне нуле једнак је нули те у торусном језгру нема резултантног електромагнетног поља. На тај начин се у калему торусног језгра не индукује електромоторна сила, те електромагнет за искључење није побуђен.
Ако се деси квар тако што једна од фаза дође у непосредни додир са металним проводним масама уређаја јавља се струја квара. Струја кавара се затвара преко узељења ако је уређај уземљен или преко PE проводника ако су металне масе уређаја повезане PE проводником. У том тренутку више не постоји симетрија струја, те оне изазивају несиметрију електромагнетних поља у торусном језгру склопке. Ово има за последицу појаву резултантног електромагнетног поља у торусном језгру које индукује електромоторну силу на калему језгра.



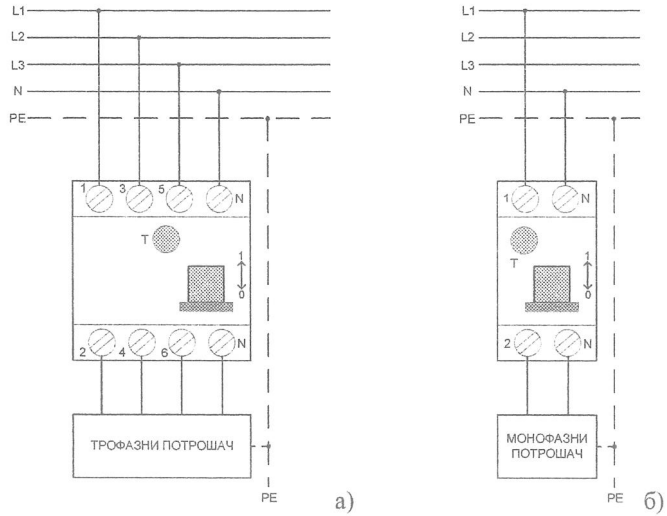
Слика 8.13 *Заштитна струјна склопка*

На тај начин електромагнет склопке добија побуду и искључује потрошач са напојне мреже.
Код заштите од високог напона додира заштитном струјном склопком сви делови металних маса уређаја који у нормалном погонском стању нису под напоном морају бити уземљени.
Отпор заштитног уземљења треба да задовољи следећи услов:

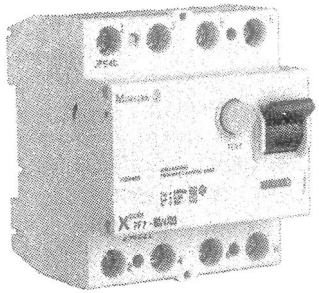
$$R_z = \frac{50V}{I_i} \qquad (8.6)$$

При чему је: R_Z- отпор уземљења, I_i- струја квара при којој заштитна струја склопка искључује место квара.
Услови за извођење заштитног уземљења су знатно блажи у односу на услове код других врста заштите.
Испитивање исправности заштитне струјне склопке се врши преко механизма који је већ уграђен у кућиште склопке. Притиском на одговарајући тастер једна од фаза се преко отпорника R премошћава изван торусног језгра. На тај начин се постиже вештачка асиметрија струја у торусном језгру при чему се јавља резултантно електромагнетно поље у торусном језгру које побуђује електромагнет и склопка искључује потрошач, ако је исправна.
Важно је нагласити да ако су металне масе уређаја повезане на PE проводник он се не прикључује преко заштитне струјне склопке као што је приказано на слици 8.14.

Заштитне струјне склопке се у литератури називају и *заштитне склопке диференцијалне струје* представљају једне од стандардних заштитних елемената електричне опреме (слика 8.15).
Према временској зависности активирања могу бити: са активирањем без временског кашњења (за општу примену), **Г-тип** са временским кашњењем од 10ms (повећана отпорност од нежељеног активирања), **С-тип** селективна заштитиа са временским кашњењем од 40ms.



Слика 8.14 *Шеме повезивања заштитне склопке диференцијалне струје (FID-склопке), а) трофазна склопка, б) монофазна склопка*



Слика 8.15 *Стандардна зсштитна склопка диференцијалне струје*

Заштитне склопке диференцијалне струје праве се за осетљивост за различите врсте струје. Ако је склопка **АС типа** онда је осетљива на диференцијалне АС струје. Ако је **А типа** тада су склопке осетљиве на диференцијалне АС струје и пулсирајуће диференцијалне DC струје. Међутим, важно је нагласити да у пракси

постоје и склопке **В типа** које су осетљиве на диференцијалне пулсирајуће DC струје као и диференцијалне равномерне DC струје. Због веома ограничене примене и високе цене овај тип склопки се посебно поручује и не налази се у основној понуди већине произвођача. Са аспекта преоптерећења склопке се производе у две основне верзије и то: без предвиђене заштите о преоптерећења (ЕН 61008) као и са интегрисаном заштитом од преоптерећења која се постиже додатном уградњом аутоматских осигурача.

9. МЕХАНИЧКА ЗАШТИТИА И ЗАШТИТА ОД ВОДЕ ЕЛЕКТРИЧНИХ УРЕЂАЈА И ОПРЕМЕ

Простори у којима се користи електрична енергија веома су различити, и могу се поделити у три карактеристичне групе:

1) Нормално сув простор
2) Простор угрожен механички и водом
3) Експлозивно угрожен простор

Да би електрични уређаји и опрема могли безбедно да се користе и израђују за одговарајуће услове рада неопходно је кућишта електричних уређаја и апарата прилагодити условима у којима раде. Ако у електричне уређаје могу допринети страна тела која могу изазвати хаварију у раду уређаја и угрозити самог руковаоца. Такође постоји опасност ако у радној средини постоји ситна прашина, њено таложење на кућишта електричних уређаја може проузроковати отежано хлађење уређаја. Отежано хлађење уређаја за последицу има постепено прегревање уређаја. Типичан пример су електромотори у индустрији. Отежани услови хлађења код електромотора имају за последицу пораст температуре мотора. У том случају температурно се напреже најосетљивији део електромотора а то је изолација намотаја мотора. Слабљење изолације намотаја мотора у једном тренутку може изазавати пробој фазног проводника на масу мотора што доводи до хаваријског режима уређаја. Влага и вода су такође веома штетни по електричне уређаје. Ако вода продре у електрични уређај она, као проводник, изазива појаву кратког споја у уређају. Исто тако, ако се уређај постепено влажи и кваси може доћи до слабљења изолационих својстава изолације самог уређаја што опет доводи до хаваријских режима. Поред тога влажни експлоатациони услови доводе до појаве корозије металних делова осетљивих на влагу, што има за последицу бржи отказ уређаја. Из свега претходно наведеног може се закључити да електрични уређаји у одређеним условима рада морају имати заштиту од додира делова под напоном, заштиту од продора страних тела као и заштиту од продора воде и влаге. У зависности од експлоатационих услова механичка заштита и заштита од продора воде и влаге могу имати различите нивое. Зато већина произвођача електричних уређаја и опреме производи апарате за различите степене заштите. Степени заштите зависе од експлоатационих услова као што је претходно наглашено. Механичка заштита и заштита од продора воде и влаге означава се системом који чине две словне ознаке и две бројчане ознаке **IPXX**. При томе словне ознаке су увек исте (IP) док се бројчане ознаке мењају у зависности од степена заштите. **Први карактеристичан број** означава степен механичке заштите, односно од продора страних тела и прашине у кућиште уређаја. Овај број може имати вредност од 0 до 6 при чему су значења појединих степена назначена у следећој табели.

Прва карактеристичан бројка	Кратак опис	Дефиниција степена заштите
0	Нема заштите	Не постоји никаква посебна заштита
1	Заштита од чврстих тела (предмета) већих од 50mm.	Заштита од продирања у кућишта већих делова људског тела (нпр. Руку) заштита од продирања у кућиште чврстих тела пречника преко 50mm.
2	Заштита од чврстих тела (предмета) већих од 12mm	Заштита од продирања у кућишта делова прстију или тела (предмета) дужине до 80mm, заштита од продирања у кућиште чврстих тела пречника преко 12mm.
3	Заштита од чврстих тела (предмета) већих од 2,5mm	Заштита од продирања у кућишта алатки, жице и слично пречника или дебљине преко 2,5mm, заштита од продирања у кућиште чврстих тела пречника преко 2,5mm.
4	Заштита од чврстих тела (предмета) већих од 1mm	Заштита од продирања у кућишта алатки, жице и слично пречника или дебљине преко 1mm, заштита од продирања у кућиште чврстих тела пречника преко 1mm.
5	Заштита од прашине	Продирање прашине није потпуно онемогућено, или је количина прашине која је ушла у кућиште недовољна да изазове сметње у раду опреме.
6	Потпуна заштита од прашине	Прашина уопште не продире у кућиште уређаја.

Табела 9.1 *Значење прве карактеристичне бројке*

Напомена: *кратак опис заштите у колони 2 ове табеле не сме се употребити за дефинисање начина заштите од продора чврстих тела, већ само служи за скраћени опис.*

Други карактеристичан број уз словну ознаку IP представља заштиту електричног уређаја од продора воде и влаге у кућиште. Ова карактеристична цифра се креће од броја 0 до броја 8, што значи да постоји осам карактеристичних степена заштите од продирања воде и влаге у кућиште уређаја. Степени заштите су наведени у следећој табели.

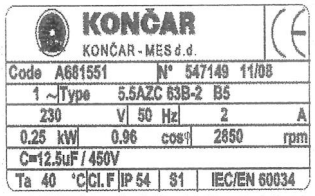
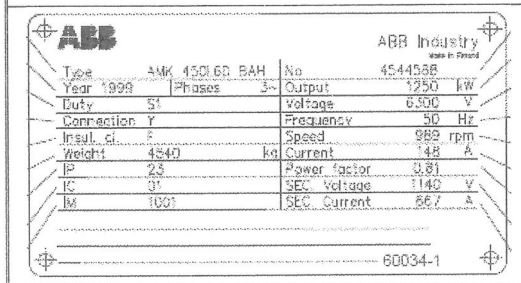
Друга карактеристична бројка	Кратак опис	Дефиниција степена заштите
0	Нема заштите	Не постоји никаква посебна заштита.
1	Заштита од капљица воде	Капљице воде које падају вертикално не смеју имати штетно дејство на опрему.
2	Заштита од капљица воде које падају под углом од 15%	Капљице воде које падају вертикално на кућиште не смеју имати штетно дејство на опрему када је кућиште нагнуто под било којим углом до 15% у односу на свој нормалан положај.
3	Заштита од кише	Вода која пада у облику кише на кућиште постављено под углом од 60%у односу на вертикалу не сме имати штетно дејство на опрему.
4	Заштита од прскања водом	Вода којом се прска кућиште са свих страна не сме имати штетно дејство на опрему.
5	Заштита од млаза воде	Вода којом се прска кућиште помоћу млаза са свих страна не сме имати штетно дејство на опрему.
6	Заштита од таласа воде	При јаком таласању мора или при снажном дејству млаза воде она не сме продирати у кућиште уређаја.
7	Заштита од урањавања у воду	Вода не сме продирати у кућиште уређаја урањено у воду при одређеном притиску и времену у таквој количини да изазове оштећење опреме.
8	Заштита од продуженог урањавања у воду	Опрема је погодна за продужену уреоњеност у воду, при условима које наведе произвођач. Напомена: ово обично значи да је опрема херметички затворена, али за неке врсте опреме значи да вода може продрети у кућиште уређаја али без штетног дејства.

Табела 9.2 *Значење друге карактеристичне бројке*

Напомена: *кратак опис заштите у колони 2 ове табеле не сме се употребити за дефинисање начина заштите од продора чврстих тела, већ само служи за скраћени опис.*

Примери: **IP20, IP43, IP68**.

У следећој табели дате су две натписне плочице електромотора. Са натписне полочице прочитајте ознаку степена заштите и упишите на за то предвиђено место у табели.

Пример натписне плочице мотора	Степен заштите
	Степен заштите:_____ Прва цифра_____, Друга цифра_____,
	Степен заштите:_____ Прва цифра_____, Друга цифра_____,
	Степен заштите:_____ Прва цифра_____, Друга цифра_____,

Табела 9.3 *Примери натписних плочица електомотора*

ЛИТЕРАТУРА

1. Бранко Поповић, **Основи електротехнике 1**, Грађевинска књига, Београд 1990
2. Бранко Поповић, **Основи електротехнике 2**, Грађевинска књига, Београд 1990
3. Бранко Поповић, **Основи електротехнике 3-збирка питања и задатака**, Грађевинска књига, Београд 1990
4. Алекса Торбица, **Основе електротехнике**, Висока техничка школа Нови Сад, 2007
5. Алекса Торбица, **Електротехника енергетика**, Висока техничка школа Нови Сад, 2007
6. Неда Пекарић Нађ, Вера Бајовић, **Збирка решених испитних задатака из основа електротехнике**, Грађевинска књига, Београд 1996
7. Божо Борозан, **Електротехника**, Висока техничка школа Ужице, 1996
8. Војислав Бего, **Мјерења у електротехници**, Техничка књига, Загреб 1975
9. Јован Суртка, **Електромагнетика**, Академска мисао, Београд 2006
10. Драган Кандић, **Електротехника**-збирка решених испитних задатака, Академска мисао, Београд 2000
11. Хилдегард Божиловић, Живојин Спасојевић, Градимир Божиловић, **Збирка задатака из основа електротехнике** - електростатика, једносмерне струје, Електротехнички факултет Београд, Београд 1998
12. Хилдегард Божиловић, Живојин Спасојевић, Градимир Божиловић, **Збирка задатака из основа електротехнике** - електромагнетизам, наизменичне струје Електротехнички факултет Београд, Београд 1998
13. Градимир Божиловић, Драган Олћан, Антоније Ђорђевић, **Збирка задатака из основа електротехнике-први део**, Академска мисао, Београд 2009
14. Градимир Божиловић, Драган Олћан, Антоније Ђорђевић, **Збирка задатака из основа електротехнике-други део**, Академска мисао, Београд 2009
15. Градимир Божиловић, Драган Олћан, Антоније Ђорђевић, **Збирка задатака из основа електротехнике-трећи део**, Академска мисао, Београд 2009
16. Градимир Божиловић, Драган Олћан, Антоније Ђорђевић, **Збирка задатака из основа електротехнике-четврти део**, Академска мисао, Београд 2009

CIP – Каталогизација у публикацији
Библиотека Матице српске, Нови Сад

621.3(075 . 8)

САНТРАЧ, Бранислав
Електротехника 1 / Бранислав Сантрач, Саша Скоко. – 1. изд. – Нови Сад : Висока техничка школа струковних студија, 2012 (Нови Сад : Штампарија Високе техничке школе струковних студија). – 285 стр. : илустр. ; 24cm

Тираж 100. – Библиографија.

ISBN 978-86-6211-038-1
1. Скоко, Саша
а) Електротехника
COBISS.SR-ID 275170311